SÉRIE A, N° 998
N° D'ORDRE
1022

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention Sciences)

PAR

Gérald GOBERT

PREMIÈRE THÈSE

" Contribution expérimentale à l'étude des paliers à gaz "

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 19 Novembre 1962 devant la Commission d'examen

MM. FOCH — Président
COMOLET, FORTIER — Examinateurs

SÉRIE A, N° 998
N° D'ORDRE
1022

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention Sciences)

PAR

Gérald GOBERT

PREMIÈRE THÈSE

" Contribution expérimetale à l'étude des paliers à gaz "

DEUXIÈME THÈSE

Soutenues le 19 Novembre 1962 devant la Commission d'examen

MM. FOCH — Président
COMOLET, FORTIER — Examinateurs

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen ..... ZAMANSKY

G. JULIA	T Analyse supérieure et Algèbre supérieure
DE BROGLIE	T Théories physiques
PRENANT	T Anatomie et Histologie comparées
GRASSE	T Evolution des êtres organisés
PREVOST	T Chimie organique
CHAUDRON	T Chimie appliquée
WYART	T Minéralogie et Cristal.
TEISSIER	T Zoologie
MANGENOT	T Biologie Vég. (Orsay)
AUGER	T Physique quantique et Relativité
MONNIER	T Physiologie Générale
PIVETEAU	T Paléontologie
ROCARD	T Physique (E.N.S.)
CARTAN	T Mathématiques (E.N.S.)
LAFFITTE	T Chimie générale
FAVARD	T Géométrie supérieure
COULOMB	T Physique du Globe
Mlle COUSIN	T Biologie Animale (SPCN)
CHRETIEN	T Chimie minérale
DRACH	T Zoologie
KASTLER	T Physique (E.N.S.)
EPHRUSSI	T Génétique
RIVIERE	T Géologie SPCN et sédim.
GAUTHERET	T Biologie Vég. (P.C.B.)
LUCAS R.	T Recherches Physiques
THOMAS A.	T Biologie cellulaire
ARNULF	T Optique appliquée.
MORAND	T Physique Enseignement
SOLEILLET	T Physique (P.C.B.)
FORTIER	T Mécanique exp. des Fluides
DANJON	T Astronomie
PETIT	T Biologie maritime
QUENEY	T Météorologie et dynamique atmosphérique
GALLIEN	T Embryologie
EICHHORN	T Botanique
DE CUGNAC	T Biologie Végétale (SPCN)
Mlle CAUCHOIS	T Chimie Physique
THELLIER	T Physique du Globe
L'HERITIER	T Biologie Générale (Orsay)
GRIVET	T Radioélectricité (Orsay)
PONCIN	T Mécanique Générale
DUBREIL	T Arithmétique et théorie des Nombres
QUELET	T Chimie Organique
CAGNIARD	T Géophysique appliquée
CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire
CUVILLIER	T Micropaléontologie
JUNG	T Pétrographie
TRILLAT	T Microscopie et diffraction électronique
WIEMANN	T Chimie organique et struc.
JACQUINOT	T Spectroscopie et physique céleste (Orsay)
VASSY	T Physique de l'atmosphère
DESTOUCHES	T Théories Physiques
AMIEL	T Chimie générale
HOCART	T Minéralogie et Cristallog.
J. P. MATHIEU	T Physique (Optique)
COUTEAUX	T Biologie animale (P.C.B.)
MAY	T Zoologie (Orsay)
CHOQUET	T Théorie des fonctions et Topologie
FELDMANN	T Biologie Végétale marine
GUINIER	T Physique des Solides (Orsay)
JOST	T Physiologie comparée
FORTET	T Calcul des Probabilités et Physique mathématique
SCHWARTZ	T Calcul diff. et Intégral
CHOUARD	T Physiologie Végétale
MALAVARD	T Aviation (Techn. Aéronaut.)
BRELOT	T Calcul diff. et intégral.
NORMANT	T Synthèse organique générale
BENARD	T Chimie Minérale
BUVAT	T Botanique (E.N.S.)
DUGUE	T Statistiques Mathématiques
SOULAIRAC	T Psychophysiologie
ULRICH	T Physiologie Végétale
MARECHAL	T Optique théorique et Appl.
KIRRMANN	T Théories Chimiques
CHADEFAUD	T Botanique
Mlle LE BRETON	T Physiologie de la nutri.
SALEM	T Mathématiques générales
LELONG	T Applic. de l'analyse à la géométrie
DEVILLERS	T Anatomie et Histologie Comp.
EHRESMANN	T Topologie Algébrique
FRANCON	T Physique (S.P.C.N.)
GLANGEAUD	T Géographie phys. et Géologie dynamique
GODEMENT	T Mathématiques (M.P.C.)
PISOT	T Tech. Mathém. de la Phys.
ROCH	T Géologie
SCHATZMAN	T Astrophysique
TERMIER	T Paléontologie stratig.
ZAMANSKY	T Mathématiques générales
LENNUIER	T Physique (M.G.P.)
RIZET	T Génétique (Orsay)
ROUTHIER	T Géologie appliquée
Mme TONNELAT	T Physique Théorique
DIXMIER	T Mathématiques (M.P.C.)
SOUCHAY	T Chimie générale
AIGRAIN	T Electrotechnique géné.
BRUSSET	T Chimie systématique
M. LEVY	T Physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme CHAIX	T Chimie biologique
Mme HUREL-PY	Biologie Végétale (PCB)
PIAUX	T Chimie (M.P.C.)
BRUN	T Mécan. théorique des Fluides
LEDERER	T Chimie biologique
Mme DUBREIL	T Mathém. (Agrégation)
Mme LELONG	T Mathématiques (E.N.S.)
BELLAIR	T Géologie (S.P.C.N.)
COTTE	T Physique électricité
DUBOIS J.E.	T Chimie organique
LAMOTTE	T Zoologie (E.N.S.)
MICHEL A.	T Chimie Minérale (Orsay)
OLMER	T Energétique générale
ROUAULT	T Electricité (Orsay)
GAUTHIER	T Mécanique appliquée
BARCHEWITZ	T Chimie Physique
BROSSEL	T Physique atomique
BUSER	T Physiologie comparée
CAMUS	T Physiologie Vég. BMPV
CASTAING	T Physique (Orsay)
CURIEN	T Minéralo. et Cristallog.
MOYSE	T Physiologie Végé. (Orsay)
NOIROT	T Evolution des Etres Org.
PANNETIER	T Chimie générale (Orsay)
POSSOMPES	T Zoologie
PULLMANN	T Chimie théorique
TEILLAC	T Physique Nucl. et Radioactivité
TONNELAT	T Biologie Physico-chim.
VILLE	T Econométrie
WILLEMART	T Chimie (P.C.B.)
DODE	T Chimie (Orsay)
FREYMANN	T Recherches Physiques
GUINOCHET	T Biol. Vég. SPCN (Orsay)
ROLLET	T Chimie (P.C.B.)
Mlle JOSIEN	T Chimie S.P.C.N.
CHEVALLEY	T Géométrie algébrique et théorie des groupes
ARNOULT	T Electronique (Orsay)
CHAPELLE	T Physique (Orsay)
DELANGE	T Mathématiques (Orsay)
DENY	T Mathématiques Géné. Orsay
GERMAIN	T Mécan. théor. des fluides
LUCAS G.	T Géologie
ALLARD	T Chimie Physique
BERTHELOT	T Phys. Fondamentale des Hautes Energies (Orsay)
BRICART	T Météorologie et phys. de l'Atmosphère.
Mme ALBE-FESSARD	T Psychophysiologie
FRIEDEL	T Physique des Solides (Ors)
M. JULIA	Etudes des Moléculaires naturelles complexes
LENDER	T Biol. Animale (SPCN) Orsay
MAGAT	Physico-chimie des radio-éléments
Mlle QUINTIN	T Electrochimie
MONOD	T Chimie du métabolisme
BENOIT	T Physiol. Anim. (Orsay)
DE POSSEL	T Analyse numérique
CHARLOT	T Chimie analytique
HAISSINSKY	T Radiochimie
LEMEE	T Physiol. Vég. BMPV (Orsay)
GUERIN	T Chimie M.P.C. (Orsay)
CHATELET M.	T Chimie (P.C.B.)
JEAN	T Physique Nucléaire (Orsay)
MATTLER	T Physique S.P.C.N.
MICHEL L.	Phys. Théor. des Htes Energies (Orsay)
BERGERARD	T Zoologie (Orsay)
BERTEIN	T Electronique (Orsay)
BOUISSIERES	Chimie des Radioéléments (Orsay)
Mme COUTURE	T Thermodynamique et Méc. Physique
ELLENBERGER	T Géologie appli. s/le terr.
FRANC	Biol. Animale (P.C.B.)
SCHNELL	Botanique tropicale (Orsay)
STOLKOWSKI	Physiologie générale
ACHER	Chimie Biol. (Orsay)
BAUDOIN	Biologie animale P.C.B.
BEAUMONT	Biologie animale SPCN
BLAMONT	T Géophysique Ionosphère
BOURREAU	Botanique
CURIE D.	Physique (M.G.P.)
DURAND-DELGA	Géologie
FREON	T Chimie organique (Orsay)
HELLER	T Physiologie végétale
TORTRAT	T Calcul des Probabilités
CAILLEUX	Géologie (S.P.C.N.)
MAGNAN	T Physique (S.P.C.N.)
DAUDEL	T Mécanique ondulatoire appl. à la Chim. Théor. et à la Phys. Nucléaire
Mlle FOURCHOY	Biol. Végétale (SPCN)
Mme CHOQUET-BRUHAT	T Méc. Analytique et Méc. céleste
Mlle VEIL	Physiologie Générale
LWOFF	T Microbiologie
SIESTRUNCK	T Mécan. Phys. et Expérim.
LACOMBE	T Métallur. des métaux Nucl.
BROCHARD	T Physique P.C.B. (Orsay)
CABANNES	T Mécanique générale
LESIEUR	T Mathématiques MPC (Orsay)
MAZET	T Mécanique générale (Orsay)
CAIRE	Géographie phys. et Géol. Dynamique
COMOLET	T Mécanique des Fluides
CORABOEUF	Physiologie Animale
DELLOUE	Physique de l'exosphère
GORENFLOT	Botanique II (Orsay)
HOUILLON	Biologie Animale P.C.B.
JULLIEN J.	Chimie P.C.B.
MALGRANGE	T Tech. Math. de la Phys.
OLIVIER	Antropologie
NOZERAN	T Botanique II (Orsay)
BLANC-LAPIERRE	Physique ENS. (Orsay)
CHEVAUGEON	T Botanique (Orsay)
KAHANE	T Mathématiques (Orsay)
SAMUEL	T Mathématiques ENS féminine
KOURGANOFF	T Astronomie (Orsay)
THIRY	T Mécanique céleste

Secrétaire Général ..... R. POULLAIN

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Mr. A. Abragam, Chef du Département de Physique Nucléaire et de Physique du Solide, ainsi qu'à Mr. E. Cotton, Chef de Service de Physique Nucléaire à Basse Energie pour m'avoir permis d'exécuter ce travail et donné la possibilité matérielle de réaliser les nombreux appareils qui m'étaient nécessaires.

Je remercie tout spécialement, le Professeur A. Foch qui m'a suggéré ce travail et guidé dans l'orientation de mes recherches, le Professeur A. Comolet qui m'a conseillé tout au long de cette étude et à qui je dois d'avoir présenté ce mémoire ; que celui-ci trouve, à cette occasion, l'expression de ma profonde reconnaissance.

J'adresse tous mes remerciements à F. Netter qui m'a guidé de ses conseils et auprès duquel j'ai trouvé l'aide et le soutient les plus efficaces et les plus chaleureux, à G. Bianchi et C. Corge qui se sont associés à mes études et ont organisé les calculs exploitant les expériences au moyen de l'ordinateur I.B.M. 7090, à J. Julien pour l'aide qu'il m'a apportée pour la résolution de problèmes théoriques.

Les expériences et réalisations présentées ici sont le résultat d'une constante et étroite collaboration de tous ceux que je remercie de grand coeur : J. Giacommetti pour les études et l'exploitation des expériences qu'il a menées avec une minutie et un soin tout particulier, R. Daneyrole, A. Beaslay et M. Berger pour l'exécution, la mise au point et l'assistance permanente qu'ils m'ont apportées, mes anciens collaborateurs, P. Sautegeau, E. Hay, E. Combes, à qui je dois les résultats obtenus avec les tout premiers appareils.

La préparation matérielle de ce mémoire n'a été rendue possible qu'avec le dévouement permanent et efficace de P. Gugenberger, de G. Rouzic, de N. Richard, qui savent combient je leur en suis reconnaissant. J'y associe également R. Carbonnier pour toutes les traductions d'ouvrages étrangers. Que tous reçoivent mes plus vifs remerciements.

A. - INTRODUCTION

APERÇU SUR L'UTILISATION DES MACHINES TOURNANTES ET ÉTUDES ENTREPRISES EN VUE D'AMÉLIORER LEURS PERFORMANCES (PALIERS, ENTRAINEMENT)

A. 1 - ETATS DES RECENTS TRAVAUX -

L'utilisation de machines tournantes à vitesse de rotation élevée présente un grand intérêt lorsqu'on veut réaliser des processus périodiques à haute fréquence : dans le cas par exemple de la photographie rapide (ultra-caméras) ou de la sélection mécanique des neutrons d'un faisceau de pile atomique. Ce type de machine permet également d'effectuer des stabilisations angulaires (gyroscopes) ou d'obtenir une variation du poids apparent par accélération centripète (centrifugeuses) ; depuis quelques années, elles ont fait, d'autre part, leur apparition parmi les appareils chirurgicaux ainsi que parmi les outillages spéciaux de machines-outils.

Les machines tournantes à grande vitesse (principalement caméras et centrifugeuses) ont fait l'objet ces dernières années de nombreuses études et réalisations. On peut citer en particulier les travaux de Beams [A 11], Brixner [A 12] et Buck [A 13] publiés entre 1950 et 1959.

Beams a réalisé des centrifugeuses appropriées à la sédimentation moléculaire et mis l'accent sur les possibilités offertes dans ce domaine par les turbines et les paliers à air. A la suite des travaux de Henriot et Huguenard [A 14] qui employaient des petits rotors en forme de cônes, tournant à des vitesses de plusieurs milliers de tours par seconde sur un jet d'air tourbillonnant, il a mis au point une machine dans laquelle le rotor de la centrifugeuse, sous vide, est supporté par un arbre flexible tournant dans des paliers à air.

De son côté, Brixner a utilisé les grandes vitesses pour des miroirs tournants de caméras. Se servant des systèmes à douilles de Beams, il a mis en évidence l'existence d'une vitesse périphérique critique d'assez faible valeur (61 m/s) à laquelle apparaît la rupture du film fluide. Il modifia alors les dimensions de l'arbre, l'exécution des coussinets (dépôt d'argent à 95 %), le montage des coussinets (en les plaçant sur amortisseurs de vibrations) et il utilisa un lubrifiant liquide sous pression. Avec une turbine à aubes classique et des jeux aux paliers de l'ordre de 0,1 mm, il a pu atteindre ainsi des vitesses de 2000 et 2500 tours/seconde, correspondant à des vitesses périphériques aux arbres de plus de 100 m/s.

Enfin, les travaux de Buck insistant sur les avantages présentés par les paliers à air (amélioration des limites précédentes à des valeurs de 3000 tours/seconde, au-dessus desquelles apparaissaient aux paliers des contacts métal-métal). Buck a fait un certain nombre d'essais avec des turbines de petites dimensions capables de développer des puissances de plusieurs chevaux.

La technique de ces machines est susceptible d'amélioration si l'on peut obtenir des matériaux de structure plus résistante, une meilleure suspension des organes tournants, des moyens d'entraînement plus efficaces et plus rapides.

C'est sur ces deux derniers points, et tout particulièrement sur les possibilités offertes par l'utilisation de paliers à lubrification forcée, qu'ont porté les recherches que nous présentons ici.

Après un rappel des relations établies dans le cas de la lubrification avec fluide incompressible, précisant la manière dont s'effectuent l'écoulement et le frottement, nous examinerons de façon théorique et expérimentale les conditions de "lubrification" par fluide compressible, en considérant l'écoulement radial entre disques parallèles, puis, après observation de l'équilibre des pressions réparties au sein du fluide, nous définirons les conditions de frottement et décrirons les procédés qui nous ont permis de communiquer à la paroi mobile des vitesses périphériques de l'ordre de 500 m/s ; nous mettrons ainsi en évidence les avantages de l'utilisation d'un tel lubrifiant par rapport aux autres lubrifiants plus couramment utilisés.

En dernière partie du travail, nous donnerons un aperçu de performances obtenues par l'emploi de turbines à réaction. Les résultats d'expériences que nous présentons laissent apparaître les possibilités offertes par ce mode d'entraînement.

A. 2 - LES PALIERS -

Caractéristiques des paliers.

Le rotor de la machine est maintenu dans sa position de travail par les paliers qui le supportent. Ces paliers sont eux-mêmes définis par :

- les charges spécifiques sur la face de frottement ;
- le sens d'action de la charge, qui peut être : soit axial (paliers butées), soit radial (paliers tourillons-coussinets).
- enfin, les frottements auxquels ils sont soumis et qui peuvent être de deux types : frottements de roulement ou frottements de glissement.

Revue des performances des paliers fluides.

Les frottements sur les paliers sont l'une des causes qui limitent la vitesse du rotor. Citons, à titre d'exemple, les vitesses périphériques maximales données dans la littérature :

Paliers à billes	Paliers à graissage hydrodynamique	Paliers à gaz
90 à 100 m/s	500 m/s	200 m/s
avec :	avec :	avec :
- roulements à action oblique	- coussinets à dépôt d'argent	- coussinets rectifiés
- cage en matière plastique	- huile sous pression 3 à 4 kg/cm^2	- faibles charges
- montage élastique amorti		
- compensation des jeux		
- graissage par brouillard d'huile		
référence [A 13]	référence [A 13]	référence [A 13]

Généralités sur les frottements.

La majeure partie des études poursuivies ces dernières années en vue d'accroître les performances des machines tournantes portent donc sur la réduction des efforts de frottements, ou plutôt de l'un des deux types d'efforts de frottement auxquels sont soumis les paliers : le frottement auxquels sont soumis les paliers : le frottement de glissement.

En ce qui concerne le frottement de roulement, le paramètre de résistance au roulement (représenté par le rapport du couple nécessaire au démarrage à la composante normale des forces appliquées) est proportionnel à ces forces et ne dépend que des surfaces en contact.

Sa valeur généralement faible (de l'ordre de 0,01 mm) et qui reste par ailleurs constante, n'impose pas de façon impérative que l'on s'attache à le réduire.

Dans le cas de frottements de glissement[1], le coefficient de frottement dépend essentiellement du régime de fonctionnement du palier : en régime sec (c'est-à-dire les deux surfaces étant en contact sans interposition de fluide), les travaux d'Amontons (1699) et de Coulomb (1785) concluent à un coefficient de frottement constant et ne dépendant que de la nature des surfaces en contact. Les travaux plus récents de Rennie et Deeley différencient, en fait, un frottement statique (démarrage) et un frottement cinétique (glissement)[2]. Quoi qu'il en soit, la valeur de ce coefficient est trop élevée (de l'ordre de l'unité) pour permettre le fonctionnement de machines tournant à de grandes vitesses suivant ce régime.

Ces machines sont donc conçues pour fonctionner en régime médiat, c'est-à-dire avec interposition de lubrifiant entre les faces frottantes. L'interposition d'un fluide entre les faces en présence contribue à la réduction de l'effort de frottement par le fait qu'elle isole partiellement ou complètement les faces frottantes. Cet isolement dépend de l'épaisseur de la couche fluide, qui est fonction de l'équilibre des pressions au sein du fluide avec les charges appliquées.

Les forces de frottement qui apparaissent dans ce cas sont celles qui sont nécessaires au glissement relatif des couches fluides les unes sur les autres ; elles sont fonction des caractéristiques physiques du corps lubrifiant.

Différents éléments intervenant dans la lubrification.

La lubrification est caractérisée par :

- Le fluide utilisé :

a) fluide incompressible : l'écoulement est produit par l'entraînement du fluide par la surface mobile ;

b) fluide compressible : l'écoulement est assuré par une alimentation sous pression du film gazeux.

- Le montage :

Les paliers peuvent être en effet réalisés de diverses façons et les conditions de la lubrification varient dans chaque cas :

a) paliers à surface continues régulières ;

b) paliers à segments inclinés[3] dus à Michell et Kingsbury [A 21] applicables aux butées et coussinets.

Un exemple du principe de ce palier est donné par la figure A 21.

---

(1) Rappelons la définition de l'effort de frottement de glissement sur un plan : il équivaut au produit de la composante normale par le coefficient de frottement.

(2) En fait on sait depuis C. Hirn que la constance du coefficient de frottement ne peut être retenue que dans des limites très étroites P. Painlevé a même montré qu'elle conduisait, dans certains cas assez particuliers d'ailleurs, à des absurdités mécaniques.

(3) On appelle palier à segments, un palier où la charge est appliquée sur plusieurs surfaces de dimensions réduites et sur lesquelles frotte la surface de la butée ou l'arbre. Cette surface de frottement fait partie d'une pièce (le segment) qui est maintenue contre le carter par un ergot, un pivot ou un axe. La position de ce point d'articulation sur le segment est donnée par l'équilibre des pressions dans le film fluide.

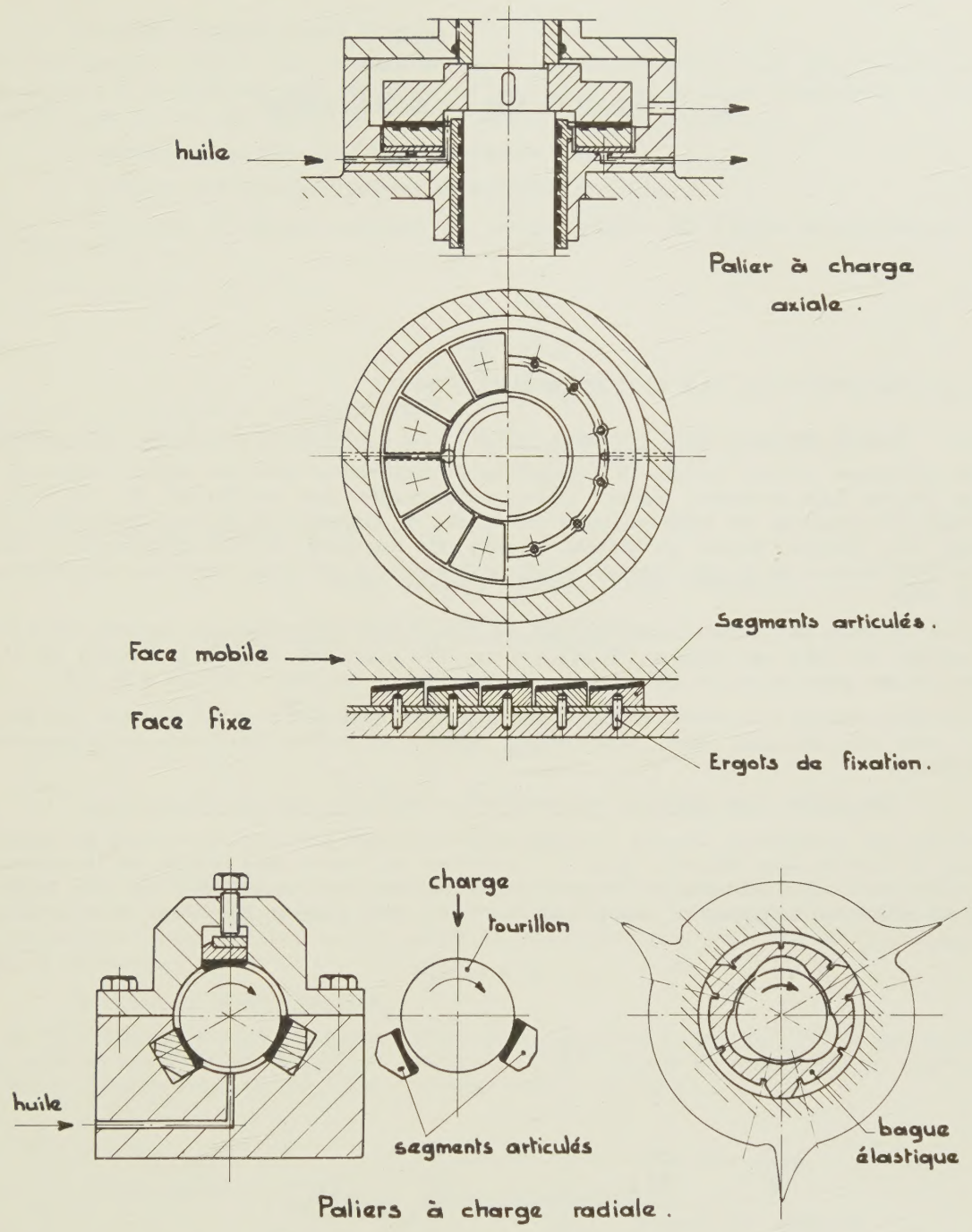


Fig. A-21 - Principe de construction de paliers à segments.

B. - GÉNÉRALITÉS SUR LA LUBRIFICATION

B. 1 - LA LUBRIFICATION PAR FLUIDE INCOMPRESSIBLE -

B. 1. - Rappel des principaux ouvrages relatifs à la lubrification par fluide incompressible -

Les premiers travaux relatifs à l'étude de la lubrification dans les paliers datent de la fin du 19ème siècle. Les premiers travaux connus sont en effet ceux de Petroff [B 111], en 1883, qui abordait le problème en tenant compte des forces de viscosité du fluide, mises en évidence, auparavant, par Newton, Navier et Stokes. De son côté Reynolds [B 112] a élaboré en 1886 une théorie hydrodynamique de la lubrification ayant pour base les résultats expérimentaux obtenus par Tower en 1883.

La lubrification par fluide incompressible se trouve très complètement analysée dans les ouvrages publiés en 1954 par Leloup [B 113] et en 1956 par Ford, Harris et Pantall [B 114], à partir des études précédemment citées et de divers travaux ultérieurs [B 115 à B 119].

Nous allons passer brièvement en revue les principes généraux d'un tel procédé et nous comparerons entre eux certains effets produits par l'emploi de fluides lubrifiants incompressibles et compressibles.

B. 1. 2 - Nécessité d'une distance minimale entre les plans limitant l'écoulement.

L'étude des frottements obtenus avec un fluide lubrifiant peut être entreprise en considérant la relation de Newton dans laquelle, pour un écoulement laminaire sans limites où la vitesse u des fluides (parallèles) varie suivant une loi quelconque (représentée sur la figure B 121), règne à un niveau y un effort de frottement F exercé par la couche sous-jacente et qui est donné par :

$$F = \mu S \frac{du}{dy} \qquad (1)$$

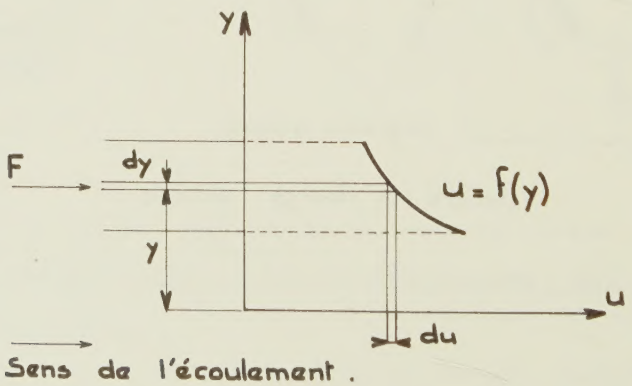


Fig. B- 121

Dans cette expression μ est la viscosité dynamique, S la surface de la couche étudiée, du/dy le gradient de vitesse au niveau y.

Trois cas peuvent caractériser un tel écoulement :

a) Plans parallèles sans charges.

L'écoulement a pour limites deux surfaces planes parallèles, l'une fixe, l'autre animée de vitesse U. Ces deux surfaces sont séparées par une mince couche fluide d'épaisseur h. L'effort de frottement dans ce cas est déterminé à partir des hypothèses suivantes :

- adhérence parfaite du fluide aux parois,
- absence d'écoulement latéral et d'efforts normaux,
- gradient de vitesse constant. Ce dernier point a fait l'objet de nombreuses vérifications expérimentales.

On peut écrire :

$$\frac{du}{dy} = \frac{U}{h}.$$

L'effort de frottement est alors donné par :

$$F = \mu S \frac{U}{h}.$$

La figure B 122 illustre ce cas.

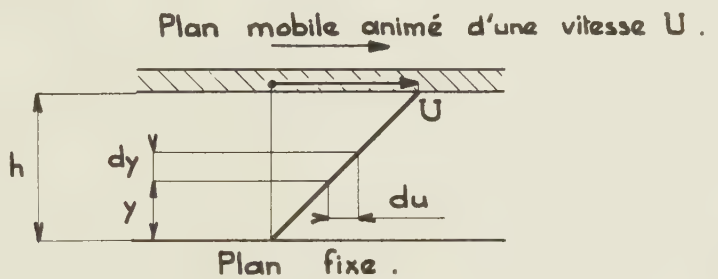


Fig. B-122.

Dans cet état les forces de viscosité sont en équilibre, aussi les efforts dus à la pression du fluide sur les faces finales (ou extérieures) sont-ils égaux. La pression du fluide est constante en toute section et égale à la pression ambiante (atmosphérique) ; elle n'a par conséquent aucune qualité de portance.

b) Plans parallèles chargés.

Si l'on considère les deux faces parallèles fixes, pressées l'une vers l'autre par un effort P_u, il faut, pour qu'une poussée normale se manifeste, que les plans se rapprochent et s'inclinent. Le fluide placé entre ceux-ci se trouve ainsi chassé vers l'extérieur.

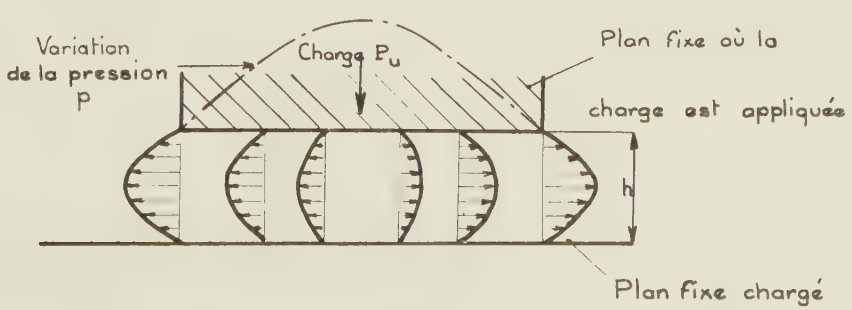


Fig. B-123.

L'équilibre des forces de pression et de viscosité conduit à une distribution des vitesses des filets fluides en fonction de h suivant une loi parabolique, traduisant l'existence d'un gradient de pression entre les plans en regard. La figure B 123 représente ce processus.

c) Plans inclinés mobiles avec charges.

L'entraînement du fluide par la surface mobile à l'intérieur de l'espace libre de section variable provoque, en plus des efforts de frottements, une poussée capable d'équilibrer la charge extérieure.

La pression créée dans la couche fluide est nulle à l'entrée, passe par un maximum et décroît ensuite vers zéro à la sortie. La couche fluide est donc portante et l'épaisseur réalisée dépend des grandeurs de pression, vitesse et viscosité.

Cette variation d'épaisseur est applicable aux butées et aux coussinets. Une représentation de principe avec courbe de pression répartie entre le plan fixe et le plan mobile est donnée par la figure B 124.

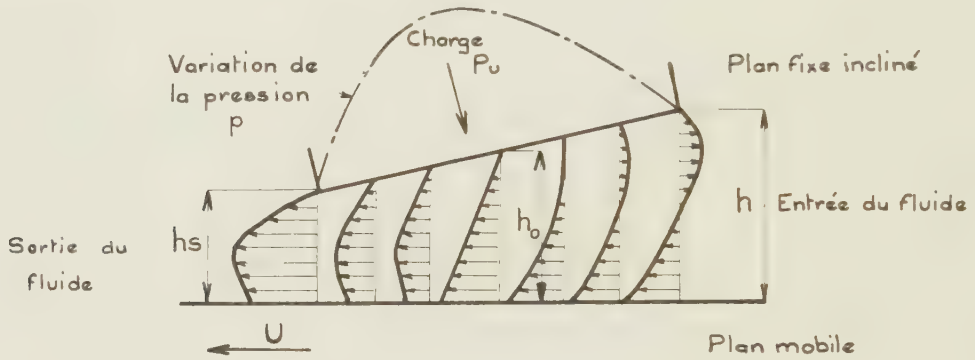


Fig. B-124 - Représentation de principe des paliers à plans parallèles et plans inclinés, et des variations des vitesses des filets fluides pour chaque cas.

Nous allons examiner brièvement dans ce troisième cas, comment, au sein du fluide lubrifiant, se répartissent les vitesses, s'équilibrent les pressions, et quels sont les frottements. Enfin, nous verrons sommairement de quelle manière il est possible d'accroître les vitesses périphériques.

B. 1. 3 - Equilibre des pressions et frottements dans le cas du palier à segments.

Considérons, entre les deux surfaces planes inclinées, un élément fluide de dimensions dx, dy, de largeur unité, situé dans un écoulement laminaire pour lequel on suppose que le fluide mouille parfaitement les parois et s'écoule dans le sens du mouvement, que la viscosité est constante et qu'il n'y a pas d'écoulement latéral ; ce dernier point suppose une largeur infinie des surfaces ramenant l'étude du problème à deux dimensions. Pratiquement cette hyptohèse est justifiée mais, dans le cas où cet écoulement devient important, la théorie fait généralement place à des analyses expérimentales préliminaires. Sous l'effet des résultantes des forces de pression et des résultantes des forces de viscosité la somme des forces appliquées sur l'élément considéré ci-dessus, conduit à la relation (équation de Navier) :

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (2)$$

dans laquelle u est la vitesse d'écoulement dirigée suivant l'axe des x et dp la variation de pression le long du segment représenté sur la figure B 131.

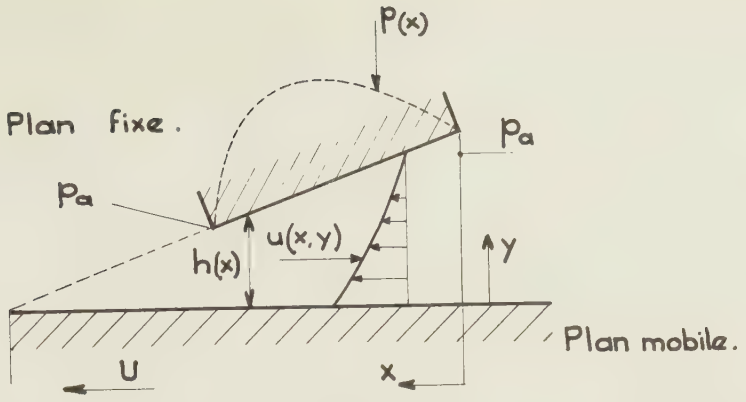


Fig. B-131.

Par intégrations successives avec, comme conditions aux limites, u = U quand y = 0, u = 0 quand y = h, et dans l'hypothèse que p est fonction uniquement de x, on a :

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\,y(y-h) - \frac{u}{h}(y-h). \tag{3}$$

La quantité de fluide qui s'écoule dans une section de hauteur h par largeur unité est :

$$q = \int_0^h u\,dy = -\frac{h^3}{12\mu}\frac{dp}{dx} + \frac{Uh}{2}. \tag{4}$$

On en déduit, pour le gradient de pression, l'expression :

$$\frac{dp}{dx} = 12\mu\left(\frac{U}{2h^2} - \frac{q}{h^3}\right). \tag{5}$$

Pour que la butée soit capable de supporter une charge, la pression p doit, partant d'une valeur p_a (pression ambiante) correspondant à la face d'entrée, croître avec x puis revenir à p_a à la face de sortie.

Or l'écoulement est dû à l'entraînement du fluide par le déplacement de la paroi mobile ; suivant l'axe des x, nous avons une hauteur h du film variable ce qui impose une variation du gradient de pression ; il existera donc une section particulière où dp/dx = 0, c'est-à-dire un point où p est maximum et où la charge peut être appliquée ; la loi de u qui était parabolique devient linéaire et s'écrit :

$$u = U\,(1 - y/h).$$

En appelant h_o la hauteur de cette section, le débit est déterminé par :

$$q = \frac{uh_o}{2}. \tag{6}$$

En égalant les ralations (4) et (6) on obtient la valeur finale du gradient de pression suivant x (équation de la variation de pression le long des surfaces portantes) :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U}{h^3}(h - h_o). \tag{7}$$

Le calcul de la capacité de charge s'effectue par intégration de la courbe de variation de pression le long des surfaces, soit $P_u = \int_0^l p\,dx$ par unité de largeur.

Au moyen de la valeur de la pression moyenne $p_m = P_u/l$, où l est la projection sur l'axe des x de la longueur de la surface inclinée, laquelle fait un angle α avec la surface mobile (voir figure B 132), on obtient le rapport des pressions :

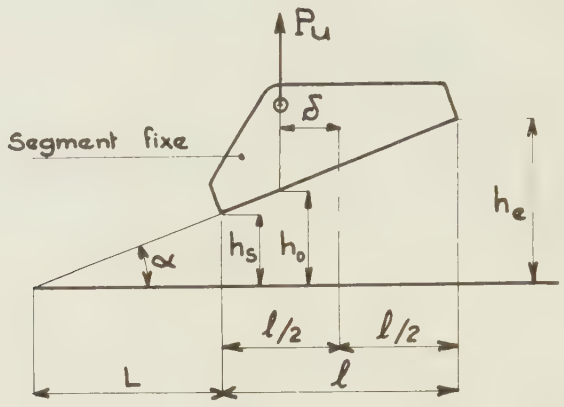


Fig. B-132.

$$r = p/p_m = \frac{6\mu U}{P_u}\left(\frac{h}{h_s}\right)^2 k(x) \qquad (8)$$

où h_s désigne la hauteur du film à la section de sortie et k(x) une grandeur sans dimensions mais dont la variation avec x permet le tracé de la courbe de pression répartie sous le segment de dimensions constantes bien déterminées.

Il s'ensuit que la capacité de charge est donnée par :

$$P_u = 6\mu U\left(\frac{1}{h_s}\right)^2 K'$$

K' est déterminé par les caractéristiques géométriques du segment.

De cette relation on tire la valeur de K' en fonction de laquelle les résultats expérimentaux pourront être représentés :

$$K' = \frac{P_u}{6\mu U}\left(\frac{h_s}{1}\right)^2 \qquad (9)$$

Avant d'achever l'exposé de ces quelques généralités sur les segments à surfaces inclinées, examinons quels seront les efforts de frottement qui causeront les pertes mécaniques aux paliers. Pour cela, si l'on obtient une valeur relativement importante de l'expression $1 + \frac{h_s}{1 + tg\,\alpha}$, on peut estimer la grandeur de la force de frottement au moyen des valeurs moyennes de pression p_m, d'épaisseur du film h_m, et de tension tangentielle τ_m par unité de surface. En conséquence, à l'aide des relations qui déterminent chacune de ces valeurs, on évalue le coefficient de frottement $f = \tau_m/p_m$.

Ce coefficient, fonction des dimensions du segment étudié, devient proprotionnel à l'expression $\sqrt{\mu U/lp_m}$ et il est finalement donné par :

$$f = A\sqrt{\frac{\mu U}{P_u}}$$

où A dépend des constantes géométriques du segment et, entre autres, de δ, cote du point d'articulation par rapport au milieu de l. Suivant la valeur de cette cote, A varie et présente la valeur minimale de 1,8 pour $\delta/l = 0,11$.

B. 1. 4 - Généralités sur les paliers à coussinet et tourillon.

L'étude des paliers à coussinet et tourillon diffère peu de l'étude précédente et fait à nouveau intervenir les différentes considérations qui ont conduit précédemment à conclure à la nécessité d'une cote minimale h_o pour l'épaisseur du film fluide.

Toutefois, l'étude de la répartition des pressions est légèrement plus complexe, car on doit tenir compte d'un nouveau facteur, propre à ce type de palier : le jeu radial.

Ce jeu est une grandeur fixe, donnée par la différence du rayon R' du coussinet de centre O' avec le rayon R du tourillon de centre O (figure B 141). En fonctionnement l'épaisseur h est

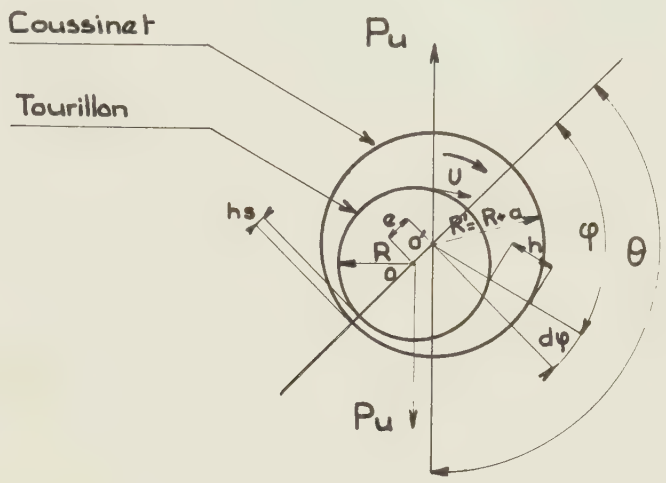


Fig. B-141.

nécessairement inférieure au jeu total et prend différentes valeurs selon l'importance des charges appliquées et selon les régimes d'utilisation. Il s'est avéré jusqu'à ce jour difficile de donner une forme analytique, valable dans tous les cas, à l'étude des pressions se répartissant le long du tourillon.

Un certain nombre de solutions ont été présentées par quelques uns des auteurs cités au paragraphe B. 1. Dans tous les cas, des hypothèses simplificatrices ont dû être formulées, particulièrement en ce qui concerne les relations où interviennent la cote e de séparation des centres O O', et l'angle φ donnant la position angulaire de la section étudiée par rapport à la direction de la ligne des centres, cette dernière faisant un angle ϑ avec la direction de la charge.

D'une façon générale, ces auteurs s'accordent à énoncer que, pour un palier chargé verticalement, l'angle limite que fait la ligne des centres O O' avec la direction de la charge est toujours égal à 90°, le centre de l'arbre se déplaçant, d'autre part, sur l'axe horizontal vers la droite ou vers la gauche selon que la rotation s'effectue dans le sens direct ou inverse de celui des aiguilles d'une montre.

Une relation théorique particulière a pu être donnée pour la distribution des pressions, avec laquelle on obtient une distribution angulaire périodique. Compte tenu de l'équilibre des forces qui existe entre la charge et la résultante des réactions dues à la pression variable p régnant sur le pourtour de l'arbre, on a extrait de cette relation une expression sans dimension, indépendante du phénomène de la lubrification et dans laquelle l'influence de différences dans la charge, le jeu, le coefficient de viscosité et la vitesse angulaire est exprimée. Cette expression est dénommée d'une façon courante "variable de Sommerfeld", ou encore, désignant une caractéristique du palier, elle est appelée "coefficient de palier". Il est très souvent commode d'ordonner les résultats par rapport à cette grandeur. Elle s'écrit :

$$S = \frac{\pi \mu \omega}{p_m} \left(\frac{R}{a}\right)^2$$

dans laquelle :

p_m : est la pression moyenne égale à $\frac{P_u}{2R}$ (P_u charge par unité de longueur),

ω : vitesse angulaire,

μ : coefficient de viscosité dynamique,

R : rayon du tourillon,

a : jeu égal à R' - R.

Mise sous une forme plus complète, afin de tenir compte du rapport du jeu radial (a) à l'excentricité (e) ou du rapport des pressions, cette expression peut permettre de définir la position de l'arbre dans son coussinet en cours de fonctionnement.

Les deux valeurs extrêmes de S (O et ∞) correspondent mécaniquement au repos de l'arbre sur son coussinet (position de démarrage) et à la coïncidence des axes coussinet-tourillon (charge nulle, vitesse considérable)(1). Les valeurs intermédiaires de S correspondent aux divers régimes de fonctionnement.

Notons que le graissage hydrodynamique pur n'apparaît qu'à partir d'une certaine valeur de S, voisine de 0,1 et variant avec les différentes constructions.

D'autre part, pour une valeur de S donnée, il est possible de déterminer respectivement les angles φ_o et φ que font, avec la ligne des centres, les directions radiales de la pression maximale et de la pression minimale, et par conséquent de définir le point le meilleur pour l'alimentation fluide ; on peut ainsi éviter la formation de zones de dépressions, la pression dans le film en ce point devenant égale à la pression d'arrivée du fluide. On obtient ainsi un film porteur sur toute la périphérie du tourillon. Une représentation de principe pour trois valeurs de S est donnée sur la figure B 142.

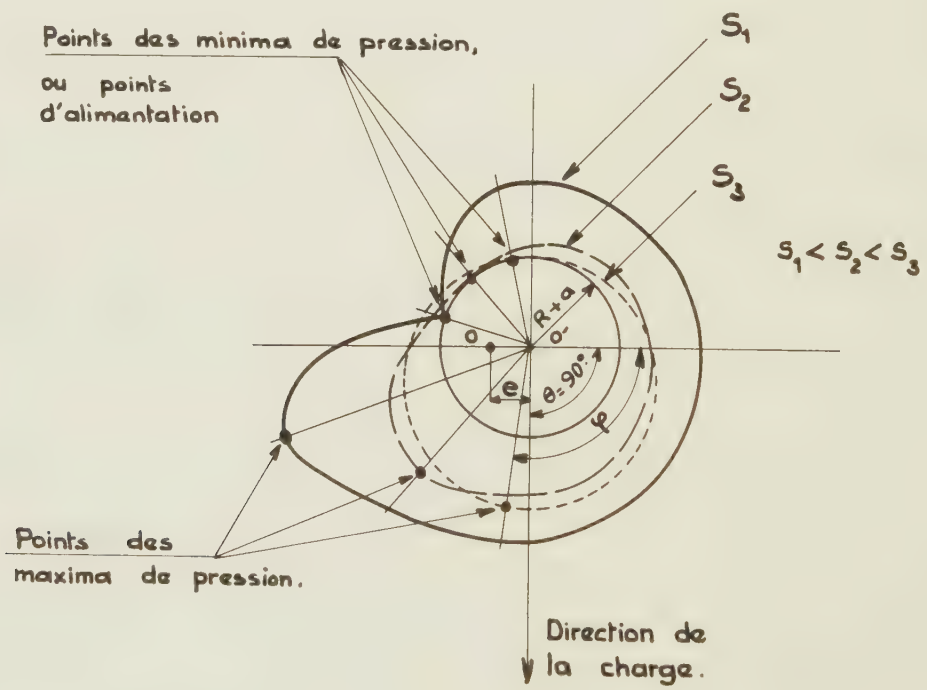


Fig. B-142 - Représentation du coussinet avec courbes polaires du rapport des pressions p/p_m.

---

(1) Ce dernier cas peut se rencontrer pour les paliers à axe vertical, où à cette position peuvent correspondre de très fortes vibrations.

Notons que Pétroff considère de son côté des valeurs de la variable de Sommerfeld croissantes, mais élevées, ce qui correspond au rapprochement des centres coussinet-tourillon ($e \longrightarrow a$, cas des grandes vitesses). Appliquant également la loi de Newton, il définit un coefficient de frottement linéaire en fonction de S ; ainsi pour des valeurs de S suffisamment importantes, il est possible, avec une bonne approximation, d'appliquer la formule suivante :

$$f = \frac{2 \pi \mu \omega}{P_m} \frac{R}{a}$$

correspondant au cas limite de Petroff où les centres tourillon-coussinet coïncident.

Toutefois cette théorie limite, pour laquelle apparaissent d'ailleurs des vibrations mécaniques critiques importantes [B 141] [B 142], perd de sa valeur à mesure que S diminue, car, physiquement à une diminution de S correspond alors un accroissement de e.

Au-dessous d'une valeur minimale de l'épaisseur du film fluide h_o, au frottement de glissement donné par les lois du graissage hydrodynamique croissant avec la vitesse périphérique U, s'ajoute le frottement dû aux actions de surfaces provoquées par les irrégularités d'usinage, qui décroît avec U ; le palier fonctionne alors en régime semi-fluide ou onctueux.

La courbe de frottement résultant de la composition des deux variations précédentes en fonction de la vitesse périphérique passe donc par un minimum (point critique du coefficient de frottement) dont l'abscisse U_c délimite les régimes fluide et onctueux, variables avec les modèles de paliers utilisés.

Les variations du coefficient de frottement en fonction de la variable de Sommerfeld et les courbes de frottement citées ci-dessus sont représentées par les figures B 143 et B 144.

En ce qui concerne les frottements mécaniques entrant en jeu dans de tels paliers, l'effort qui s'exerce sur l'arbre est calculé au moyen de la relation de Newton dans laquelle on fait intervenir l'équation de vitesse d'écoulement fluide, semblable à celle qu'on a obtenue pour les segments inclinés, ainsi que l'équation donnant l'épaisseur du film variable avec l'angle φ.

Le rapport de cet effort tangentiel F à la charge appliquée au palier P_u permet de définir un coefficient de frottement f dont la valeur, pour le cas général, est donnée par une relation où figure à nouveau le coefficient de palier S. Notons aussi que le problème complet tient compte d'un coefficient de frottement apparent f_a qui existe sur la face du coussinet ; ce coefficient de frottement est dû au décalage des centres et intervient dans l'équilibre des forces qui sollicitent le film. La différence entre les deux coefficients est variable avec S et devient de plus en plus faible à mesure que ce dernier augmente, c'est-à-dire à mesure que e diminue ; par contre, le rapport de cette différence à f peut dans certains cas être important et à la limite, pour $s = 0$, $f_a = 0$ d'où $f/f_a = \infty$, $f = a/R$. Ce cas où $e = a$ correspond à la position de repos de l'arbre. Pour des valeurs de S faibles, mais non nulles, le coefficient réel de frottement f tend vers la valeur $A' \sqrt{\mu\omega/P_m}$ où A' peut être pris égal à 4 pour les paliers complets et égal à 2,5 pour les demi-paliers.

B. 1. 5 - Procédé de lubrification préconisé pour les grandes vitesses périphériques.

Nous venons d'examiner quelques généralités sur la lubrification et nous avons vu que la capacité de charge du palier est donnée par les forces hydrodynamiques dues à la poussée du lubrifiant qui s'écoule dans les couches rétrécies.

Pour les faibles vitesses périphériques, le processus d'aspiration et d'évacuation, qui s'effectue généralement à basse pression, n'a aucune influence critique sur le comportement du film. Par contre, aux grandes vitesses, le débit d'huile évacué, donné par $\frac{Uh_o}{2}$, peut être plus rapide. L'arrivée d'huile devient alors insuffisante, l'air contenu dans l'huile se trouve libéré et, du fait de la dépression, se propage dans la couche lubrifiante, laissant ainsi partiellement l'arbre et le palier sans protection, ce qui élimine toutes les qualités de portance du film.

L'acheminement du fluide dépend, par ailleurs, de la largeur l de la rainure d'entrée, des caractéristiques de l'huile et des conditions d'écoulement à l'entrée de la fente. Cet écoulement, dû à la seule action réciproque entre le frottement et l'inertie du fluide en contact avec la surface mobile, se modifie pour les nombres de Reynolds élevés : le régime laminaire initial peut faire place à un régime turbulent provoquant le décollement du fluide des parois.

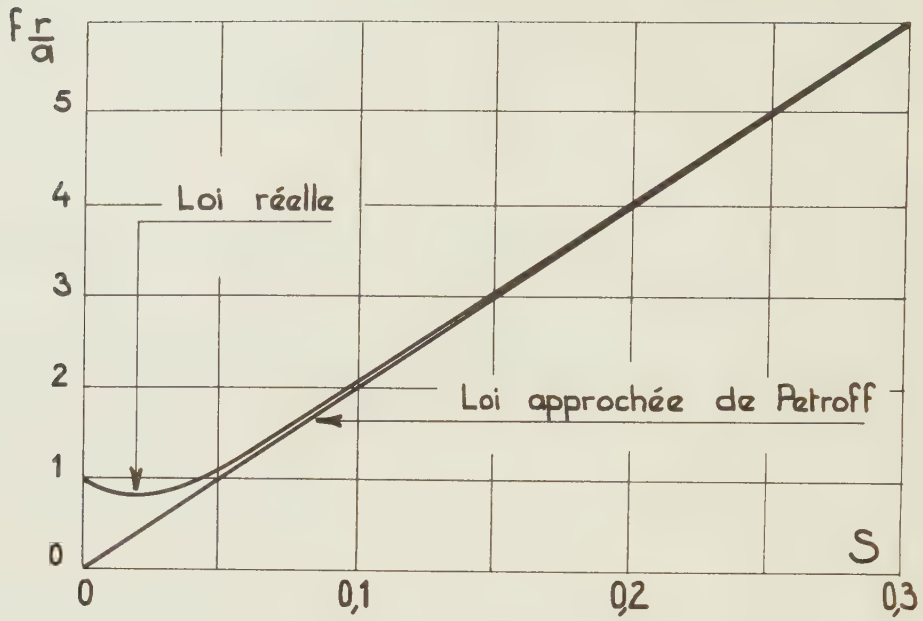


Fig. B-143.

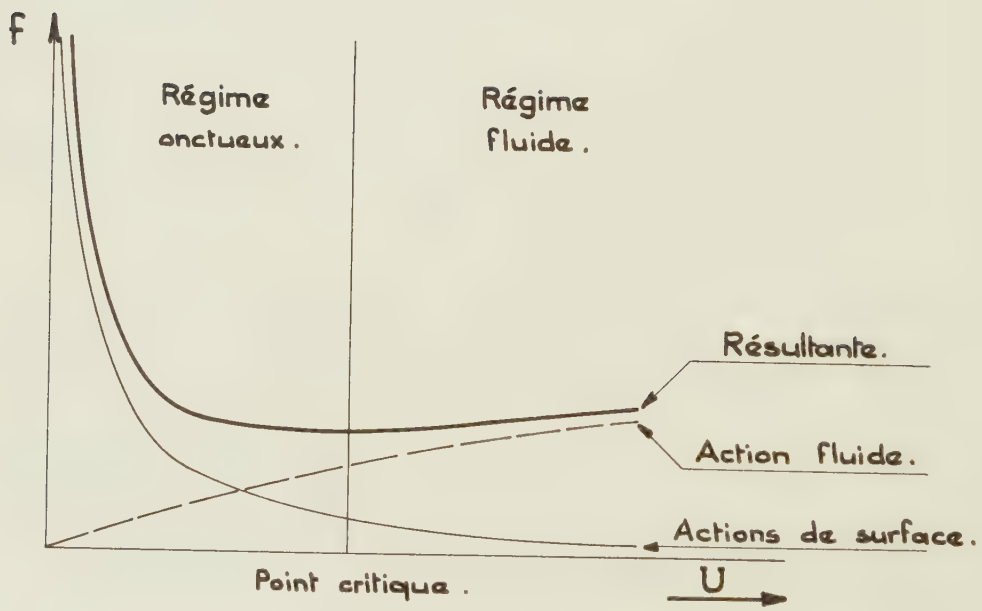


Fig. B-144.

Pour éviter ce défaut, il suffit d'élever la pression à l'intérieur du film porteur. Dans ce cas il se produit un écoulement supplémentaire par différence de pression (Δp) entre l'amont et l'aval de l'étranglement situé au début de la fente de graissage.

A titre documentaire nous donnons ici les relations obtenues par Frossel [B 151] ; elles fournissent les vitesses critiques pour chacun des cas, soit pour :

- <u>film à basse pression</u> : $U_c = \frac{9\ \nu\ 1}{h_o^2}$

- <u>film à haute pression</u> : $U_c = \left[\sqrt{\frac{2h_1}{h_o} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} + \frac{9\nu 1}{4h_o^2}} + \frac{3}{2h_o} \sqrt{\nu 1} \right]^2$

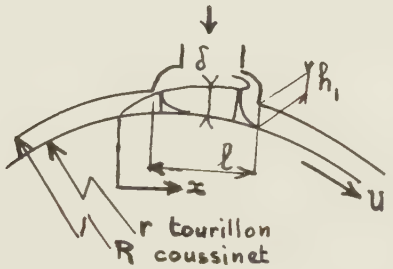
h_1 : largeur du début de la fente,

h_o : largeur de la fente au lieu le plus étroit,

1 : largeur de la rainure de graissage,

ν : viscosité cinématique,

ρ : masse spécifique.



Ces valeurs de vitesses sont obtenues en écrivant l'égalité des débits fluides évacués et acheminés.

Dans le cas de fluide à basse pression, le débit est donné par une relation de la forme $\frac{3}{2}\sqrt{1\nu}$. Cette relation fait apparaître un débit croissant avec le carré de la vitesse périphérique ; elle est fonction de la viscosité du fluide et de la largeur de la rainure.

Si l'on veut obtenir une alimentation avec élévation de pression à l'intérieur de la rainure d'alimentation, l'égalité des débits doit s'effectuer en tenant compte de l'écoulement supplémentaire donné par $h_1 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$ qui croît en même temps que la racine carrée de la différence de pressions régnant dans la rainure d'alimentation et existant dans la fente de lubrification.

B. 2 - LUBRIFICATION PAR FLUIDE COMPRESSIBLE -

B. 2. 1 - <u>Etat actuel des connaissances.</u>

Les premières théories de ce procédé, d'ailleurs assez complexes, ont été formulées par Harrison [B 211] en 1917 soit 17 ans après les essais favorables de Kingsbury [B 212].

L'état actuel des connaissances est en grande partie dû aux travaux expérimentaux présentés lors du premier symposium mondial sur les paliers à gaz, tenu à Washington en 1959 [B 213]. D'autre part Fuller et Boeker [B 214] ont fait en 1958 un examen critique très complet des paliers à lubrification par gaz. On peut citer aussi, parmi les nombreux travaux publiés à ce jour, ceux de Gottwald et Vieweg [B 215] (1950), qui ont étudié la portance et le frottement des paliers graissés par lubrifiant de faible viscosité et, ceux de Deuker et Wojtech [B 216] (1951), qui ont donné les relations appropriées à l'équilibre des pressions dans le film lubrifiant. Katto et Soda [B 217] ont d'autre part formulé une théorie de la lubrification par fluide compressible ; Drescher [B 218] (1953) dans un rapport d'ensemble a montré l'intérêt du palier à air et fait part des difficultés technologiques qu'il a rencontrées lors de leur emploi ; Ausman, enfin [B 219], (1956) a présenté une théorie complète du palier à coussinets.

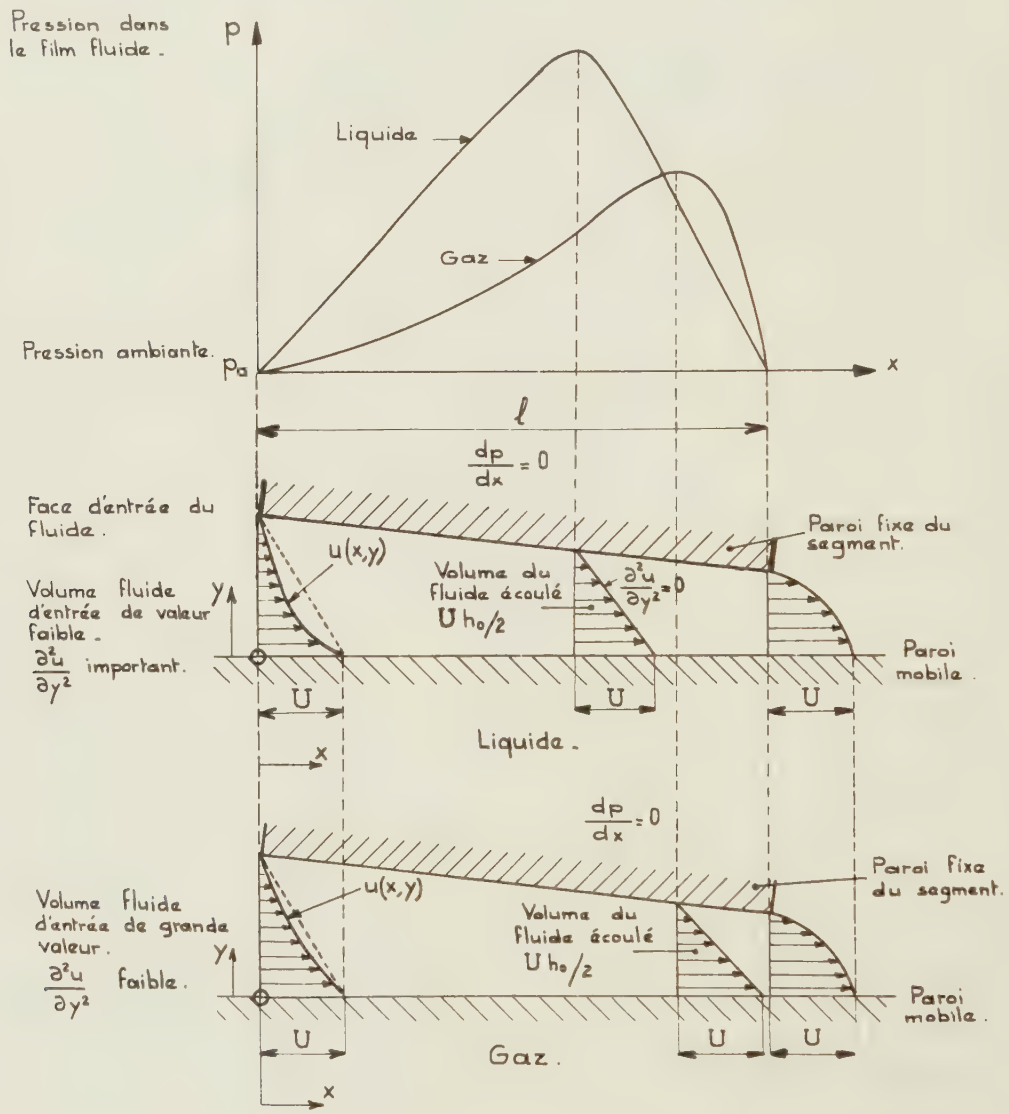


Fig. B-221 - Diagrammes comparatifs des répartitions des pressions et de la distribution des vitesses sous le segment d'un palier lubrifié par fluide liquide ou gazeux.

B. 2. 2 - Application aux paliers à segments et comparaison avec le graissage hydrodynamique.

L'utilisation d'un fluide compressible rend l'étude théorique du problème de la lubrification plus complexe par le fait que la masse volumique du fluide varie avec la pression suivant une loi polytropique pv^k = Cte. Nous avons admis pour nos calculs la loi isotherme (k = 1), les résultats obtenus avec toute autre valeur de k comprise entre 1 et 1,4 conservent la même allure générale ; aussi peut-on écrire que la masse ρ est proportionnelle à la pression p et a pour relation $\rho = K_1 p$ avec $K_1 = \rho_1 / p_1$, ρ_1 et p_1 étant les conditions initiales du fluide. Au moyen de l'équation de la vitesse (3), on peut calculer la masse totale qui s'écoule dans la direction des x par unité de largeur $\overline{\omega} = \int_0^h u \rho \, dy$ et en déduire l'équation du gradient de pression $\frac{dp}{dx} = \frac{12\mu}{h^3} \left(\frac{Uh}{2} - \frac{\overline{\omega}}{\rho} \right)$; elle est comparable à l'équation (5) précédente dans laquelle intervient le terme ρ.

Sous l'effet des variations de la pression sous le segment, la masse volumique varie, ce qui a pour conséquence de modifier considérablement la répartition de la pression (voir figure B 221).

Les résultats obtenus par graissage avec fluide incompressible et fluide compressible sont comparés sur cette figure où sont représentées schématiquement les faces fixes et mobiles du segment, ainsi que les répartitions des vitesses des filets fluides s'écoulant entre elles et les courbes de pression pour les deux types de graissage.

Les différences que l'on constate peuvent être expliquées par l'influence du terme $\overline{\omega}/\rho$ du gradient de pression. Ce terme, constant dans le cas du fluide liquide, varie dans le second cas : il diminue au fur et à mesure que ρ augmente avec p et par là-même avec x, de telle sorte que dp/dx peut croître avec x sans pour cela que la pression résultante au point x augmente considérablement, ce qui donne à la première partie de la courbe de distribution de la pression une forme concave variable jusqu'au point où $\frac{Uh_o}{2} = \frac{\overline{\omega}}{\rho}$ et $\frac{dp}{dx} = 0$, c'est-à-dire où p, est maximale ; ainsi, l'effet de compressibilité contribue :

- au déplacement, suivant l'axe des x, du point où la pression atteint sa plus grande valeur, tel qu'il a été trouvé dans le cas du fluide incompressible, et en conséquence conduit à des épaisseurs de film plus faibles.

- à la diminution de la valeur obsolue de cette pression, car en effet pour x = 0 la compressibilité a abaissé la valeur du gradient initial de pression. D'autre part comme le fluide est comprimé en traversant le palier, la valeur de $\partial^2 u / \partial y^2$ (2) à laquelle dp/dx est proportionnelle est plus petite à l'entrée du palier que dans le cas d'un liquide, de façon à assurer un débit suffisant d'écoulement ; ce débit, au point de pression maximale, est égal à $\frac{Uh_o}{2}$ avec une valeur h_o légèrement inférieure dans le cas du gaz à celle que l'on obtiendrait dans les mêmes conditions avec un fluide incompressible.

Les paliers à lubrification par gaz, où les forces hydrodynamiques destinées à équilibrer les charges sont produites par le mouvement de la surface mobile, ont l'avantage d'utiliser un lubrifiant dont la viscosité assez faible peut être pratiquement considérée comme constante. Par contre leur emploi est limité par la faiblesse de leur portance et le fait que l'usinage du palier à segments exige une précision compatible avec la faible épaisseur du film. On remédie partiellement à cette difficulté technologique en construisant des paliers à coins ou paliers à plat et dépouille de Rayleigh et Archibald [B 221]. Ces paliers se caractérisent par une surface de glissement lisse avec redans plats où le lubrifiant est comprimé par l'action dynamique de la surface mobile. La figure B 222 en montre le principe

L'avantage majeur de la faible viscosité de l'air réside donc dans les petits frottements qu'elle détermine. Notons qu'aucune étude théorique complète n'a encore été publiée à notre connaissance ; la majeure partie des textes traitant de ce sujet rendent compte des résultats expérimentaux et leurs auteurs appliquent parfois les formules précédemment écrites dans le cas des fluides incompressibles aux fluides compressibles.

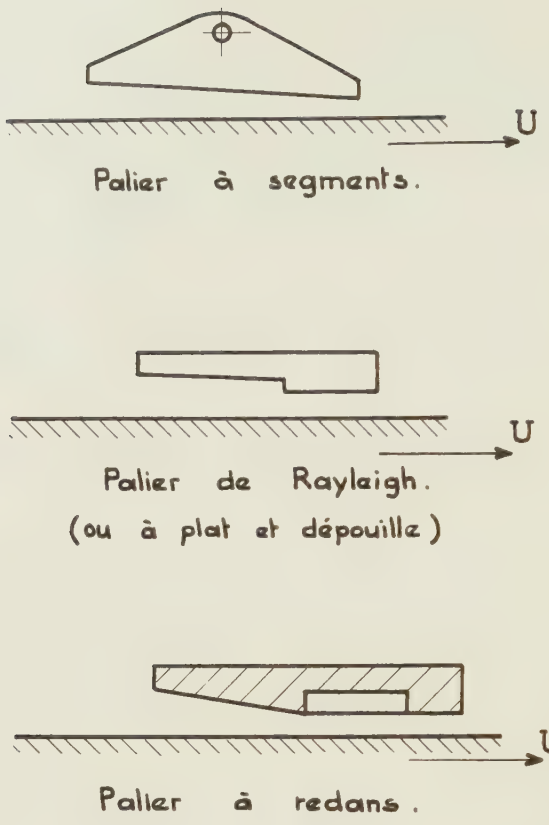


Fig. B-222 - Représentation schématique de quelques types de paliers à segments.

En résumé, si l'on compare les ralentissements obtenus pour un même rotor supporté par paliers à billes ou par paliers à glissement avec graissage par fluide incompressible ou compressible, le palier à glissement présente nettement plus d'avantages (figure B 223) ; les différences qui existent dans les résultats relatifs aux deux types de paliers à glissement apparaissent pour les faibles vitesses, le palier lubrifié par gaz atteint alors le régime onctueux[1] beaucoup plus tôt que celui qui est lubrifié par liquide.

L'utilisation du fluide compressible est par contre intéressante pour les grandes vitesses de rotation.

La représentation des coefficients de frottement caractéristiques f(r/a) ou $f = F/P_u$ (figure B 224) en fonction de la variable de Sommerfeld pour le cas du graissage par fluide compressible présente un domaine de graissage parfait et un domaine de frottements mixtes respectivement à droite et à gauche du minimum de la courbe.

---

(1) Cf. paragraphe B.1.4. (page 21).

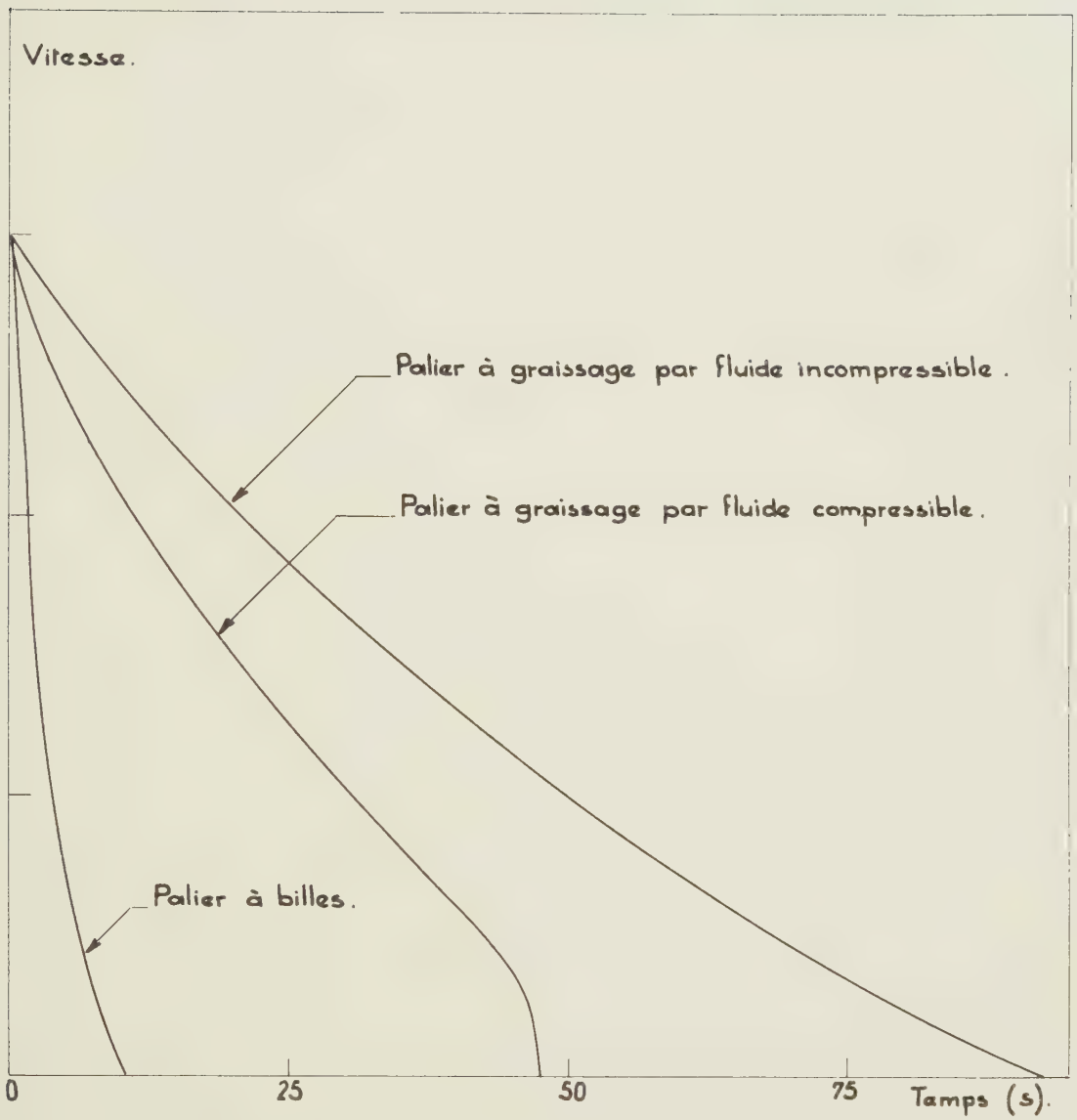


Fig. B-223 - Courbes de ralentissement.

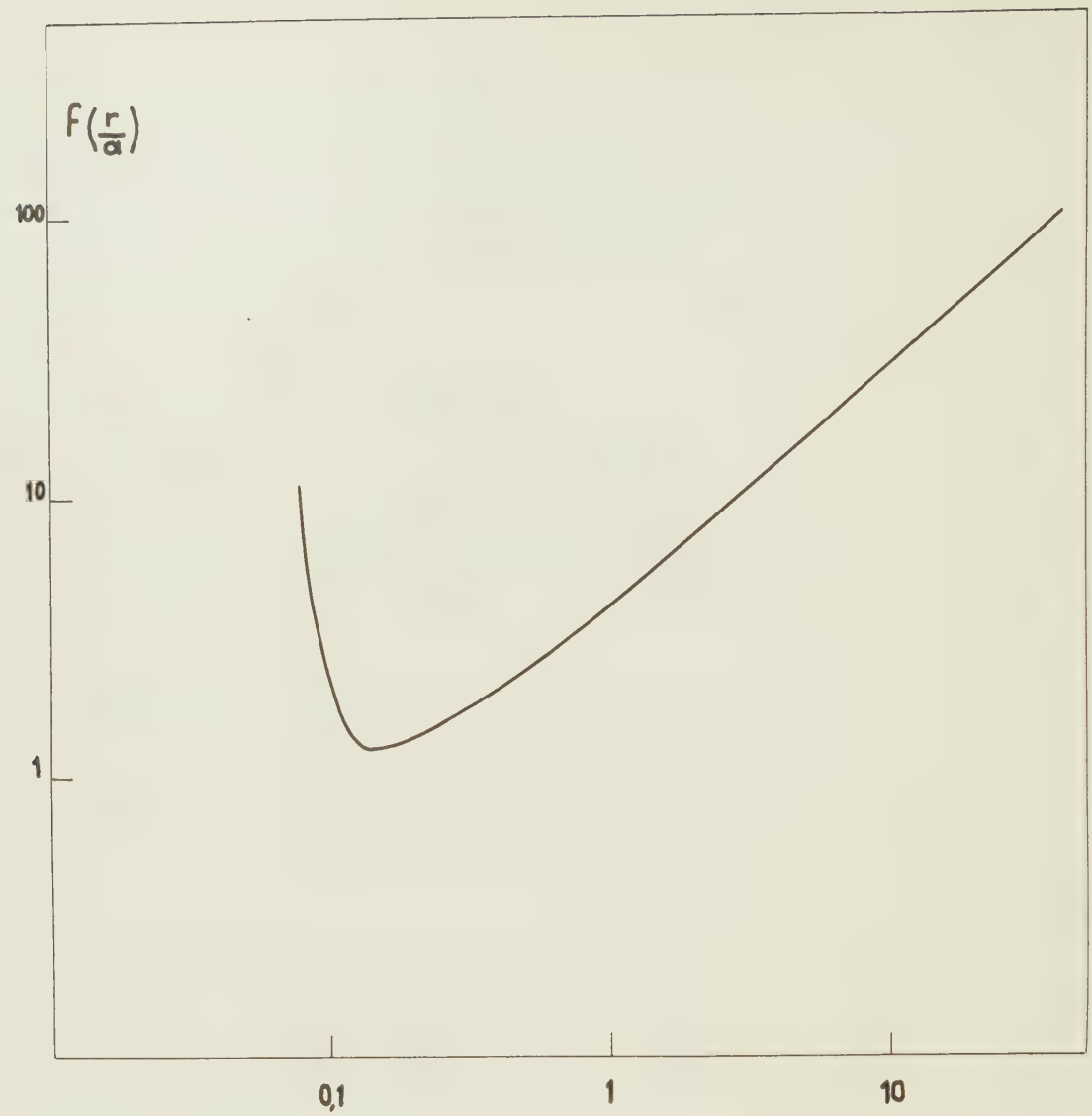


Fig. B-224 - Indice de Sommerfeld. $S = \frac{\mu \omega}{p_m} \left(\frac{r}{a}\right)^2$

En ce qui concerne les paliers à coussinets et tourillons, les différents auteurs considèrent fréquemment que, dans un domaine où la variation de pression dans le palier est faible en comparaison de la pression extérieure, et pour des valeurs de la variable de Sommerfeld supérieures à l'unité, la capacité de charge peut être estimée constante et égale à $\frac{\pi \ p_a \ \gamma \ r \ e}{a}$. Dans cette relation la grandeur γ représente le rapport des chaleurs massiques du fluide.

Là aussi les deux types de frottements sont mis en évidence :

1/ Un frottement intense dû aux contacts partiels des matériaux (démarrage).

2/ Un très faible frottement sur film d'air de l'arbre dans les coussinets.

D'autre part ces mêmes auteurs attirent l'attention de l'utilisateur sur le fait qu'aux grandes vitesses de rotation apparaît une forte instabilité, due à la diminution de l'excentricité e.

Ce rapprochement des centres (tourillons, coussinets) fait disparaître progressivement le guidage fourni par le coussinet, et les vibrations qui prennent naissance accusent presque généralement une fréquence moitié de celle de la rotation, détruisant les qualités de portance du film.

L'analyse succincte que nous venons de présenter n'a aucunement la prétention de traiter l'ensemble du problème. Outre la répartition de pression et l'observation des forces de frottement, il faudrait encore étudier en effet la façon dont s'effectuent les échanges thermiques et les effets produits par une alimentation sous pression du film fluide sur l'équilibre des pressions, des frottements et les vibrations.

C. - ÉTUDE DES PALIERS A AIR

C.1 - EQUILIBRE DES PRESSIONS ENTRE DISQUES PARALLELES -

C.1.1 - Données théoriques lorsque les disques sont immobiles.

Les différentes études que nous avons effectuées sur les machines tournantes nous ont amenés à mettre au point des maquettes où les paliers permettent d'obtenir des vitesses périphériques de plusieurs centaines de mètres par seconde (les charges radiales et axiales qui sont appliquées dans ces paliers ont été séparées les unes des autres et pour chaque cas une compensation mécanique appropriée a été réalisée).

Nous allons procéder ici à l'étude physique générale du film fluide pour de telles vitesses en mettant en oeuvre les récentes théories de A. Comolet [C 111 à C 113], nous décrirons ensuite les machines que nous avons réalisées et nous indiquerons leurs performances.

Pour entreprendre cette étude, il est nécessaire de considérer l'écoulement non plus suivant la plan longitudinal, comme nous l'avions fait précédemment, mais suivant un plan radial. L'écoulement présente ainsi un axe de symétrie ; il s'effectue de manière divergente à partir d'un orifice situé au centre d'une surface placée à faible distance et parallèlement à une autre surface. Son débit est permanent et conservatif ; les lignes de courant sont perpendiculaires à l'axe de symétrie.

Les équations du mouvement conduisent à la connaissance du gradient de pression, qui est proportionnel au débit masse s'écoulant entre les deux plans. Ce gradient, qui a pour valeur :

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{k' \mu \bar{\omega}}{\pi h^3 \rho r} \qquad (1)$$

est obtenu en considérant le coefficient de viscosité dynamique μ comme indépendant de la pression, et une valeur de l'intervalle h qui sépare les deux surfaces de rayon r faible par rapport à ce rayon.

Cette représentation du gradient (1) repose également sur l'hypothèse que la pression P, la température T, la masse volumique ρ ne dépendent que du rayon r. D'autre part la valeur de k' est une constante. Elle est fonction de la répartition des vitesses u des filets fluides, qui est le plus souvent considérée comme parabolique avec, pour k', la valeur 6. La forme parabolique est due au régime d'écoulement, supposé laminaire.

En conséquence, la répartition de pression peut être connue par intégration de (1) à partir d'une section cylindrique de référence, facultativement choisie à l'entrée ou à la sortie où règne la pression P_1, et en considérant la loi de transformation du fluide en cours d'écoulement comme polytropique et donnée par :

$$\frac{p}{\rho^n} = Cte \qquad (2)$$

On obtient :

$$\frac{m}{m+1}\left(\frac{\rho_1}{P_1}\right)\left[P_1^{\frac{m+1}{m}} - P^{\frac{m+1}{m}}\right] = \frac{k'\bar{\omega}\mu}{\pi h^3}\ln\frac{r}{r_1} \qquad (3)$$

Cette relation suppose que l'accélération du fluide en mouvement est nulle (forces d'inertie négligeables). Il y a donc lieu d'y apporter les corrections de force vive et d'inertie, cette dernière étant la plus importantes et la seule dont il sera tenu compte.

Pour cela, s'il est possible d'ajouter aux hypothèses énoncées pour P, T et ρ que :

- la viscosité dynamique μ est constante (cas d'un gaz parfait en écoulement isotherme),

- la vitesse maximale U de l'écoulement n'est fonction que de r, et d'autre part, sachant que :

- le débit masse a pour expression $\bar{\omega} = 2\pi r h U \rho \alpha$ (α dépend de la répartition des vitesses u/U),

- la continuité impose la constance de $\rho r U = Cte$.

L'équation dynamique du mouvement se détermine alors en intégrant, par rapport à l'axe de symétrie (z) de $-\frac{h}{2}$ à $+\frac{h}{2}$, l'équation définissant l'écoulement $\rho u\frac{du}{dr} = -\frac{dp}{dr} + \mu\frac{d^2u}{dz^2}$, et en admettant une répartition parabolique des vitesses avec pour vitesse moyenne $\bar{u}$ égale aux $\frac{2}{3}$ de U ; pour cette équation on a :

$$\frac{dp}{dr} = -\left[\frac{2k'\mu\,\bar{\omega}}{h^2} + k''\rho\,\bar{u}\,\frac{du}{dr}\right]. \qquad (4)$$

Elle donne la valeur du gradient de pression suivant r avec k' = 6 et k'' = 6/5. Sachant que $\rho\,\bar{u}\,r$ est constant, avec les relations relatives à la transformation, pour la vitesse moyenne on obtient :

$$\bar{u} = \frac{\rho_1\,\bar{u}_1\,r_1}{\rho r} = \frac{\bar{u}_1\,r_1}{r(P/P_1)^{\frac{1}{m}}}$$

et

$$\rho\,\bar{u}\frac{du}{dr} = -\rho_1\frac{\bar{u}_1^2\,r_1^2}{r^3(P/P_1)} - \frac{\rho_1\,\bar{u}_1^2\,r_1^2}{mr^2\,P(P/P_1)^{\frac{1}{m}}}\frac{dp}{dr}$$

d'où

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{P}{r}\frac{\frac{2k'\mu}{h^2}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\frac{\bar{u}_1\,r_1}{P_1} - \frac{k''\rho\,\bar{u}_1^2}{P_1}}{\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{m+1}{m}} - \frac{k''\,\rho_1\,\bar{u}_1^2}{mP_1}} \qquad (5)$$

qui se simplifient en écrivant :

$$K_1^2 = \frac{2\,k'\mu\,\bar{u}_1\,r_1}{h^2\,P_1} \quad \text{ou avec } \bar{\omega} = 2\pi r_1 h \rho_1 \bar{u}_1 \ ;$$

$$K_1^2 = \frac{k'\rho\,\bar{\omega}}{\pi h^3\,\rho_1\,P_1} \qquad (6)$$

$$\frac{r}{r_1} = x, \frac{P}{P_1} = y, \frac{dP}{dr} = y'$$

$$y' = -\frac{y}{x}\,\frac{K_1^2\ x^2 - k''\rho_1\ \dfrac{\overline{u}_1^2}{P_1}}{x^2\ y^{\frac{m+1}{m}} - k''\ \dfrac{\rho_1\ \overline{u}_1^2}{m\,P_1}}$$

Cette expression peut être transformée en introduisant le nombre de Mach $M_1 = \overline{u}_1/c_1$ où c_1 est la célérité du son dans le gaz aux conditions d'état ρ_1 et P_1 qui règnent dans la section de référence.

D'où :

$$y' = -\frac{y}{x}\,\frac{K_1^2\ x^2 - k''\ \gamma\ M_1^2}{x^2\ y^{\frac{m+1}{m}} - k''\ \dfrac{\gamma}{m}\ M_1^2}$$

étant le rapport des chaleurs massiques du fluide ou coefficient des transformations adiabatiques.

Les calculs numériques exigés nécessitent l'emploi d'une calculatrice électronique(1).

Dans le cas où les nombres de Mach sont de faibles valeurs devant l'unité et pour x et y voisins de 1 l'équation ci-dessus peut s'écrire :

$$y' = -\frac{y}{x}\,\frac{K_1^2\ x^2 - k''\ \gamma\ M_1^2}{x^2\ y^{\frac{m+1}{m}}} \quad \text{avec } k'' = 6/5 \tag{8}$$

qui s'intègre par :

$$\frac{m}{m+1}\left(y^{\frac{m+1}{m}} - 1\right) = K_1^2\ \ln\frac{1}{x} - \frac{6}{10}\,\gamma\ M_1^2\left(\frac{1}{x^2} - 1\right) \tag{9}$$

Cette équation, pour un écoulement isotherme laminaire d'un gaz parfait, prend la forme :

$$y^2 - 1 = 2\ K_1^2\ \ln\frac{1}{x} - \frac{6}{5}\,\gamma\ M_1^2\ \left(\frac{1}{x^2} - 1\right) \tag{10}$$

où

$$\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - 1 = 2\ K_1^2\ \ln\frac{r_1}{r} = \frac{6}{5}\,\gamma\ M_1^2\left[\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 - 1\right] \tag{10a}$$

avec

$$K_1^2 = \frac{12\mu\ r_1\ \overline{u}_1}{h^2\ P_1}$$

et dans le cas où l'on peut négliger les termes d'inertie, (10a) se transforme en :

$$\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - 1 = 2\ K_1^2\ \ln\frac{r_1}{r}$$

Notons au passage que des équations très voisines de celles-ci, dues à Comolet, ont été établies par Deuker et Wojtech. Toutefois ces auteurs considéraient deux cas selon que, dans la section d'entrée, la vitesse du gaz atteint la valeur critique et dans une certaine région d'écoulement s'apparente à celui qui existe dans une tuyère de Laval, ou qu'au contraire le régime critique d'écoulement n'est jamais atteint entre les deux surfaces. Pour l'analyse de la répartition de pression ils montraient que, pour un examen le long du rayon du disque à partir d'une section de

---

(1) Voir paragraphe C. 1. 2. "observations expérimentales en régime statique".

référence choisie à la périphérie, la courbe intégrale de (7) présente selon l'influence de la viscosité, soit une croissance jusqu'à une valeur maximum suivie d'une décroissance, soit une décroissance continue.

Dans l'hypothèse du premier cas cité précédemment, cette variation de pression s'effectue jusqu'à une valeur critique au-delà de laquelle l'écoulement peut devenir supersonique avec formation d'ondes de choc.

Le travail expérimental de Comolet confirme dans sa forme ce raisonnement et valide en partie les hypothèses qui ont conduit à l'établissement des relations (10) ; notre contribution aura pour but de rechercher les limites d'application de ces théories.

C. 1. 2 - Données théoriques lorsque les disques sont en rotation.

Nous venons d'examiner l'écoulement laminaire divergent entre les disques parallèles immobiles et voisins d'une distance h.

Pour entreprendre les études appliquées des paliers à gaz, il est nécessaire désormais de connaître la façon dont s'effectue l'écoulement dans le cas où l'un de ces disques est animé d'un mouvement de rotation avec une vitesse angulaire uniforme ou une vitesse périphérique $U = r\omega$.

Dans ce cas, en formulant les mêmes hypothèses que précédemment pour la masse ρ et la pression P, Comolet suggère un gradient de pression de la forme :

$$\frac{dp}{dr} = - \left[\frac{\alpha \mu \bar{u}}{h^2} + \beta \rho \bar{u} \frac{du}{dr} \right] + \delta \beta r \omega^2 \qquad (11)$$

semblable à celui donné par la relation (4). Toutefois l'expression (11) proposée, qui tient compte respectivement des effets de viscosité et d'inertie, contient un troisième terme dû aux effets centrifuges qui se manifestent au sein du film sous l'influence de l'entraînement par adhérence du fluide à la paroi mobile.

Les divers coefficients α, β et δ sont déterminés par les fonctions qui régissent la répartition des vitesses des filets fluides en écoulement.

En admettant que la transformation du fluide est polytropique et en posant $P/P_1 = y$ et $r/r_1 = x$ pour les rapports de pressions et de rayons où P_1 et r_1 sont les valeurs existantes à la section de référence ; $\bar{u}_1/c_1 = M_1$, $r_1\omega/c_1 = N_1$ pour les nombres de Mach atteints dans cette section, on obtient, pour le gradient de pression, l'expression suivante :

$$\frac{dy}{dx} \left[1 - \frac{\beta \gamma}{m} M_1^2 \frac{1}{x^2 y^{1+\frac{1}{m}}} \right] = - \frac{\alpha \mu \bar{u}_1 r_1}{h^2 P_1 \, xy^{\frac{1}{m}}} + \beta \gamma M_1^2 + \delta \gamma N_1^2 \left[1 + \frac{3}{x} \psi \left(\frac{Kh^2}{\mu r_1^2} \right) \right] xy^{\frac{1}{m}} \qquad (12)$$

où $\psi \left(Kh^2 / \mu r_1^2 \right)$ est une fonction calculable de $Kh^2/\mu r_1^2 = \mathcal{R}'_1 (h/r_1)$ avec $\mathcal{R}'_1 = \mathcal{U}_1 h/\nu$, nombre de Reynolds existant à cette section et U, vitesse périphérique du disque.

Dans le cas où l'on observe les pressions au voisinage de la sortie (section de référence) $x = 1$, pour des écoulements isothermes de faibles vitesses donnant pour le mouvement radial du gaz des nombres de Mach très petits devant 1 et des valeurs de $\mathcal{R}'_1 \left(\frac{h}{r_1} \right) \ll 1$, le rapport de pression peut s'exprimer par une relation simple de la forme :

$$\left(\frac{P}{P_1} \right)^2 - 1 = \left[1 - \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right] \left[A - (B + C) \right] \qquad (13)$$

avec

$$A = \frac{\alpha \mu \bar{u}_1 r_1}{h^2 P_1}, \quad B = \beta \gamma M_1^2, \quad C = \delta \gamma N_1^2 \quad (1)$$

---

(1) Si l'on suppose pour l'écoulement radial une répartition des vitesses de forme parabolique, et pour l'écoulement circulaire une répartition des vitesses linéaire, les coefficients α, β et δ ont pour valeur respectivement 8, 8/15 et 1/3.

qui est le résultat final du développement de la fonction y^2 au voisinage de $r = r_1$.

Il apparaît que les effets centrifuges agissent dans le même sens que ceux d'inertie. On doit s'attendre à ce que la courbe expérimentale de pression présente une pente diminuant à mesure qu'augmentent les effets de compressibilité et centrifuges.

Ces derniers ayant une action plus rapide peuvent conduire à un changement de signe de la pente, ce qui dénoterait l'existence de pressions négatives. Ceci entraîne la modification de l'équilibre des pressions et la variation de l'épaisseur du film.

C. 1. 3 - Contribution expérimentale, principe des expériences.

Cette étude exploite les résultats expérimentaux obtenus pour les deux types d'expériences suivants :

Régime statique : les disques parallèles sont immobiles.

Régime dynamique : l'un des deux disques en présence est animé d'un mouvement de rotation.

Les valeurs expérimentales des pressions, qui règnent dans chaque section de rayon r, sont comparées à celles qui furent obtenues par calcul numérique des équations données aux deux paragraphes précédents. Pour chacun de ces calculs deux méthodes sont adoptées :

- la première fait usage des formules générales des gradients de pression (7) et (12). Un programme de calcul est établi pour ces équations ; ce programme permet, à partir des constantes appropriées à chacune des expériences, d'en effectuer les intégrations au moyen d'un ordinateur I. B. M.

- la seconde applique aux relations (7) et (12) différentes hypothèses simplificatrices, rendues possibles par le travail expérimental de Comolet publié en 1957, où il confirme le régime isotherme de l'écoulement. La comparaison entre expérience et théorie s'effectue en utilisant les relations (10a), (10b) et (13) écrites pour des écoulements isothermes et une exploration au voisinage de la sortie.

Après s'être assuré de l'état de surface des disques que l'on dispose parallèlement, on mesure l'intervalle h de séparation au moyen de jauges d'épaisseur.

En utilisant les prises de pression ménagées sur l'un des disques, on effectue le relevé de la distribution de pression suivant un plan radial au disque et suivant une de ses circonférences

Les expériences se classent en plusieurs groupes et pour chacun d'eux un appareillage spécial est réalisé.

C. 1. 4 - Détermination des constantes.

Le choix de la section de référence à l'extérieur du disque apporte une simplification dans ce calcul ; en effet, il permet en toute première approximation d'utiliser la relation (10b), où la seule inconnue P est fournie par le relevé expérimental de la pression existant dans la section étudiée.

De cette relation, qui paraît justifiée lorsque r est voisin de r_1 il est possible de déduire la valeur de K_1^2 en écrivant le rapport suivant :

$$\frac{\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - 1}{\text{Log}\,\frac{r_1}{r}} = 2\,K_1^2 = \text{Cte}$$

Ce rapport indique que la valeur de K_1^2 doit être constante et égale à :

$$2\,K_1^2 = \frac{4\,k'\,\mu\,\bar{u}_1\,r_1}{h^2\,P_1} = \frac{2\,k'\,\mu\,\bar{\omega}}{\pi\,h^3\,\rho_1\,P_1} \qquad (10c)$$

L'utilisation de ce coefficient est importante car elle permet d'effectuer tous les calculs nécessaires à la connaissance des caractéristiques de l'écoulement du fluide (vitesse, nombre de Mach, nombre de Reynolds).

La difficulté qui apparaît dans ce calcul provient de la présence, d'une part, du coefficient k' dépendant de la forme de la distribution des vitesses des filets fluides, or il n'est pas certain que la forme purement parabolique existe, et la valeur 6 de k' n'est plus alors justifiée, d'autre part, il est également nécessaire de connaître avec précision la valeur de h.

Précision sur la valeur de l'intervalle h.

La précision avec laquelle est connu l'intervalle h qui sépare les deux disques dépend de plusieurs facteurs :

1/ Erreur systématique due à l'utilisation de la jauge qui est interposée dans l'espace libre. L'épaisseur e_o de cette jauge varie de 10 à 100 microns avec une précision de ± 1 micron. Cette erreur est donc en fait pratiquement négligeable.

2/ Erreur accidentelle due aux conditions de mesure. On adopte en effet le principe des calibres à cote "par excès et par défaut". L'erreur totale qui en résulte est inférieure à 10 microns : $\Delta e_o \pm \leqslant 5$ microns.

3/ Erreur due à l'usinage (état de surface). Les surfaces en présence présentent certaines aberrations de petite amplitude sur leurs formes théoriques. Ces aberrations provoquent des erreurs de forme (état macrogéométrique de la surface) et des erreurs dues à de faibles irrégularités (rugosités microgéométriques).

Pour une étude approfondie du problème des pressions, l'étude de h nécessiterait à elle seule une analyse complète des irrégularités. Nous nous contenterons de considérer la ligne moyenne donnée à partir de la profondeur totale de la rugosité par $R = G + R_m$ (donnée sur la figure C 141).

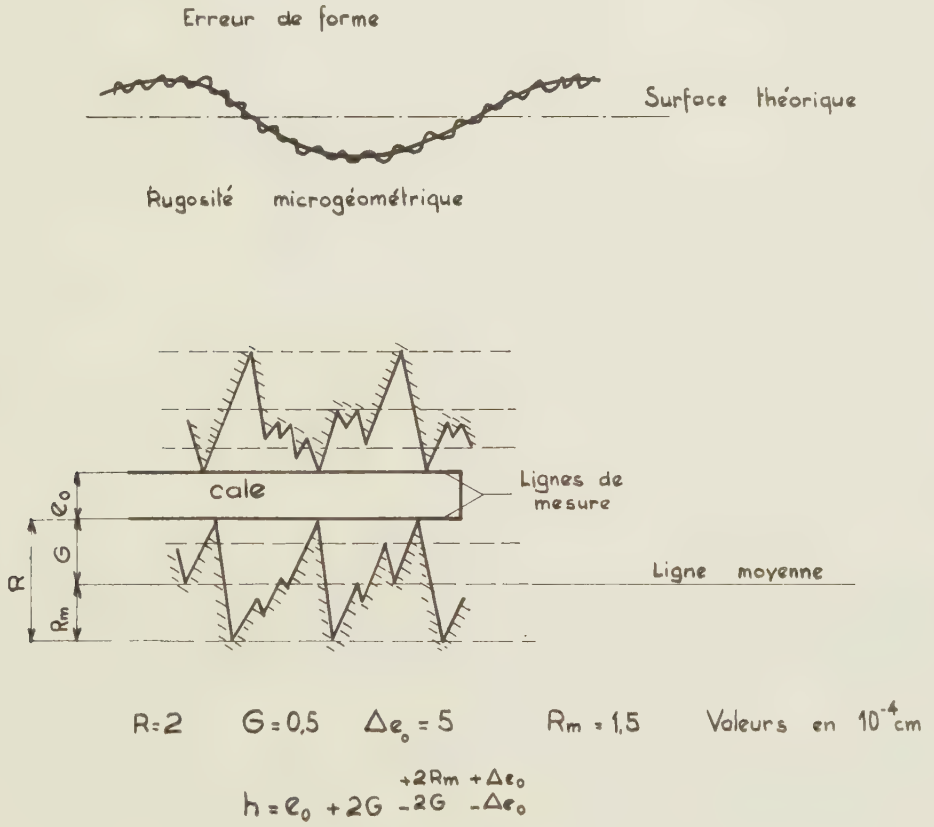


Fig. C-141 - Représentation schématique des défauts de surface.

Pour un meulage on peut considérer les valeurs suivantes, en microns

$$R = 2 \ ; \ G = 0,5 \ ; \ R_m = 1,5$$

Il en résulte donc pour h une valeur :

$$h\ (cm) = e_o \begin{matrix} + 9\mu \\ - 5\mu \end{matrix}$$

Constantes à la section de sortie.

Pour une plus grande précision, il est préférable d'effectuer les calculs de vitesse, du nombre de Mach à la section de référence, en considérant la valeur du débit. Pour cela, il est possible, soit d'utiliser un débitmètre à col sonique, soit de rendre sonique le trou d'injection (section d'entrée) en même temps que celui du débitmètre.

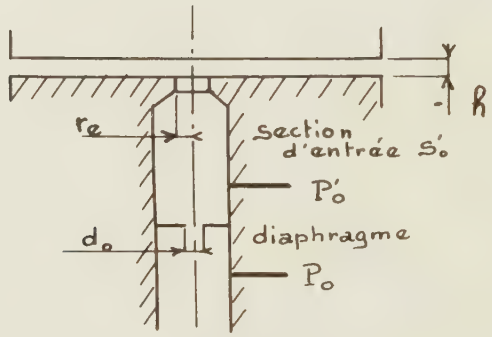
Premier cas : la valeur du débit du col sonique de section s_o est (cm^3/s) $q_o \simeq 2.10^4\ s_o$.

Comme on considère l'écoulement gazeux en régime isotherme, le débit à la section de référence sera $q_1 = q_o \frac{P_o}{P_1}$, P_o étant la pression en amont du diaphragme. Il est aisé d'en déduire $\bar{u}_1$, M_1 ainsi que le nombre de Reynolds R_1, qui existent à cette section ou à toute autre section étudiée.

Physiquement, les valeurs obtenues par $\bar{u}_1 = \frac{q_1}{2\pi r_1 h}$ ou par $\bar{u}_1 = \frac{K_1^2 h^2 P}{2 k' \mu r_1}$ doivent être très peu différentes l'une de l'autre, ou égales.

D'où :

$$\frac{q_1}{2\pi r_1 h} - \frac{K_1^2 h^2 P}{2 k' \mu r_1} \qquad (10\,d)$$



Cette égalité est commode, car elle constitue un moyen de vérifier les valeurs de hauteur h obtenues par interposition entre les deux plans de cales étalonnées, de contrôler le parallélisme entre les deux plans et de connaître les défauts d'usinage qui, bien que faiblement perceptibles, peuvent exister aux abords des trous d'injection.

Deuxième cas : Les deux sections fonctionnant en régime sonique permettent d'écrire $\frac{P_o}{P'_o} = \frac{s'_o}{s_o}$ avec P'_o pression régnant en aval du diaphragme et $s'_o = 2\pi r_e h$ la section d'entrée.

Bien qu'elle soit d'exploitation pratique, cette méthode présente les difficultés suivantes :

- Incertitude sur l'existence des régimes soniques.
- Difficulté de localiser avec précision le lieu où ce régime prend naissance dans la canalisation.

Ces deux méthodes facilitent l'exploitation des résultats mais n'excluent pas la nécessité d'avoir recours à des approximations pour les valeurs numériques de h et k' :

On suppose l'écoulement laminaire avec répartition des vitesses des filets fluides entre les plans très voisine de la forme parabolique ; et k' est choisi parmi les trois valeurs 6, 4 ou 3 essayées tour à tour, sachant que la valeur 6 correspond à la forme parabolique exacte.

On utilise les résultats déduits de la comparaison de la valeur de h mesurée, avec celles qui furent obtenues par le rapport des vitesses (relation 10 d).

Au moyen des valeurs approchées, on effectue les calculs des constantes et on détermine les pressions aux diverses sections de la canalisation.

Nous présentons ci-après une série d'expériences que nous avons faites dans le but de tenter de résoudre ces questions. Certaines ont fait l'objet de calculs détaillés, d'autres n'étaient simplement destinées qu'à observer le comportement du film fluide pour différents cas d'utilisation .

C. 1. 5 - Description de l'appareillage.

Premier groupe d'expériences.

(Analyse complète de la répartition des pressions) : L'appareil réalisé permet d'effectuer les relevés de pression en régime statique ou dynamique avec mesure et contrôle de l'intervalle h.

Les deux plans entre lesquels a lieu l'écoulement étudié font partie d'un ensemble mécanique constitué de la façon suivante :

1/ Un disque de 4 cm de diamètre en duralumin est solidaire d'un arbre tournant, lui-même placé sur roulements à billes. L'entraînement du disque est assuré par une petite turbine à air du type à action. Les roulements à billes spéciaux utilisés peuvent atteindre des vitesses périphériques de 80 à 90 m/s ; ils sont graissés par brouillard d'huile et possèdent un dispositif de compensation de jeu. La figure C 151 en donne la représentation de principe.

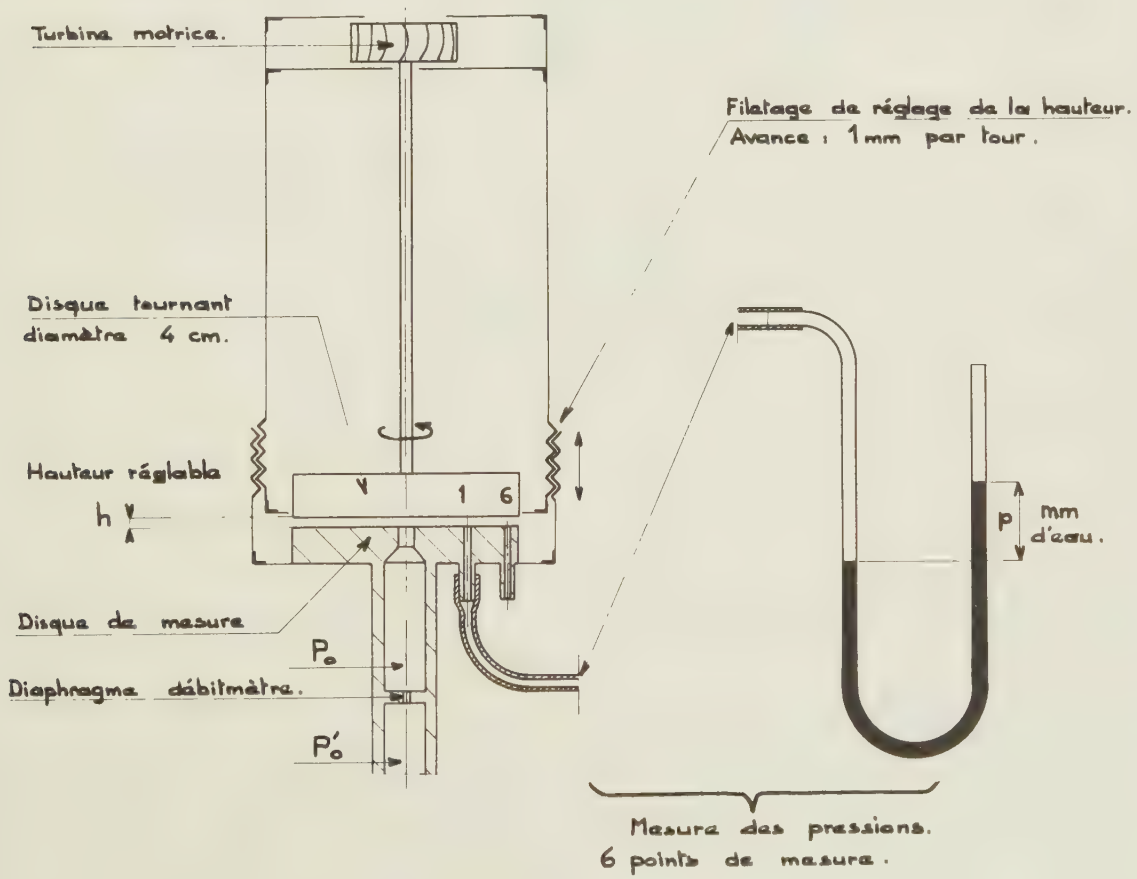


Fig. C-151 - Schéma de principe de l'appareil servant à l'étude de la distribution des pressions.

2/ La figure C 152 représente la coupe détaillée de la partie où sont effectuées les mesures. Sur le carter des éléments mobiles précédemment décrits est fixé un cylindre comprenant : un filetage au pas de 1 mm, une portée de centrage et une division en 100 parties égales. Sur cette pièce de connexion est adapté l'appareillage de mesure comprenant : le disque inférieur avec un orifice central de 0,4 cm de diamètre où l'air arrive, le diaphragme débitmètre contrôlant l'écoulement gazeux, et les prises de pressions.

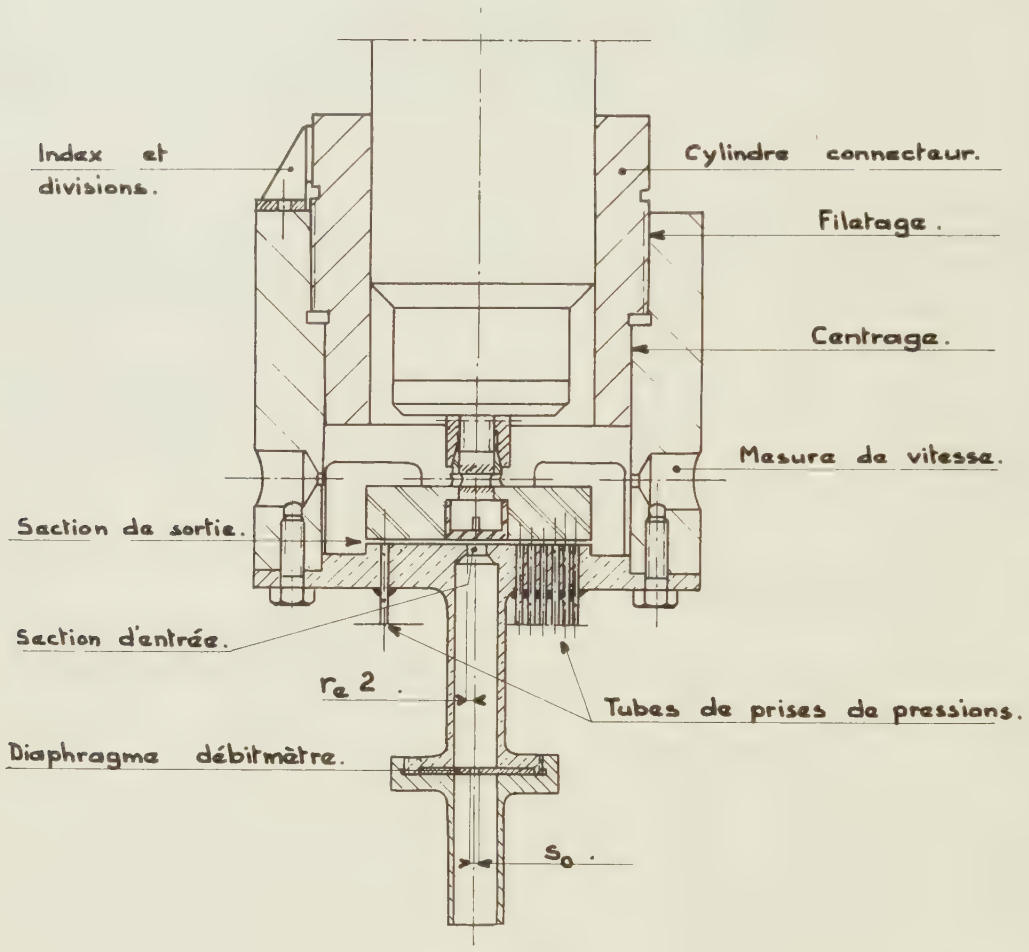
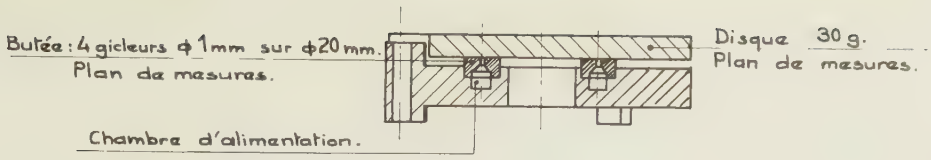


Fig. C-152.

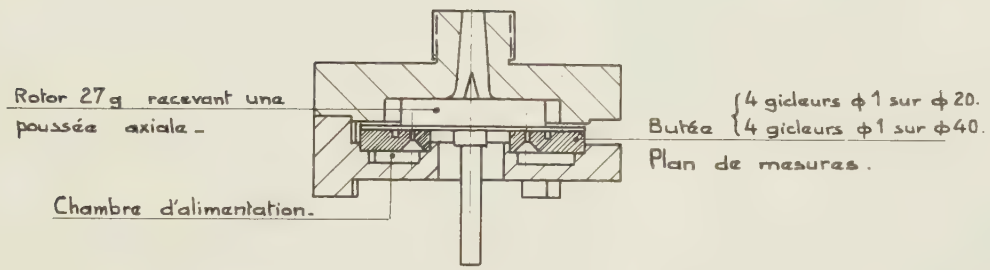
La possibilité de rotation de cette partie de l'appareil permet de choisir et de faire varier la hauteur h. Notons qu'en dépit d'un usinage soigné le contrôle du parallélisme des faces en présence décèle une variation de la hauteur Δh de $\pm 2\mu$. La vitesse maximale atteinte avec le disque mobile est de 55 000 t/m.

Deuxième groupe d'expériences.

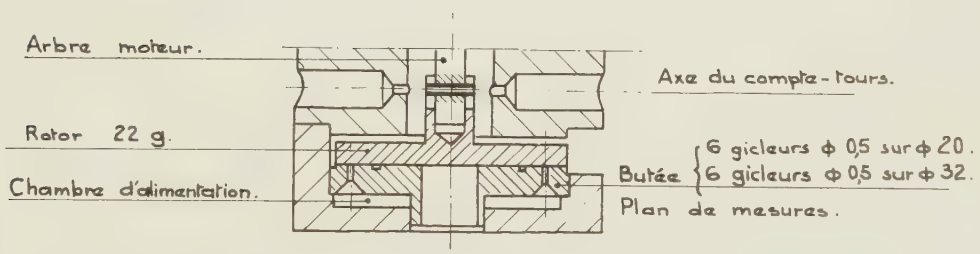
(Observations des pressions lorsque largeur, vitesse et jeu h varient). Nous avons utilisé trois types d'appareils, constitués de deux disques à faces parallèles, libres axialement. La figure C 153 représente les trois cas correspondant à nos observations. Pour chaque cas le disque inférieur reste fixe et le disque supérieur peut, soit rester immobile, soit tourner à une vitesse angulaire constante. L'air comprimé arrive par des gicleurs répartis symétriquement sur la face du disque inférieur.



Modèle N°1.



Modèle N° 2.



Modèle N° 3.

Fig. C-153.

Les prises de pression sont situées de part et d'autre d'un gicleur et réparties soit suivant le plan radial de celui-ci, soit suivant la circonférence. Le troisième montage permet d'atteindre des vitesses de rotation supérieures à 100 000 t/min correspondant à des vitesses périphériques du disque de l'ordre de 200 m/s.

Pour ces deux groupes d'expériences, les résultats acquis font l'objet de tableaux et courbes où, le cas échéant, figurent également à titre comparatif les valeurs obtenues par les calculs correspondant à chacun des cas. A cet effet le tableau C 151, commun aux essais, indique toutes les constantes des disques qui ont servi aux mesures.

TABLEAU C - 151

VALEURS CARACTERISTIQUE DES DISQUES DE MESURE

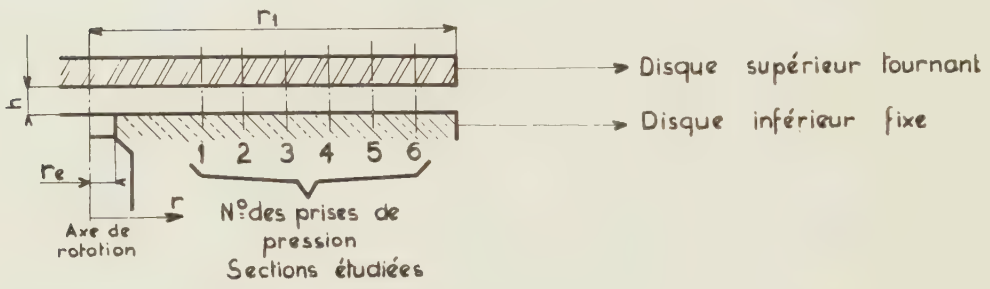


Schéma des disques

N° Prises de pression	Entrée	1	2	3	4	5	6	Sortie
rmm	re = 2	8,5	10,5	12,5	14,5	16,5	18,5	20
r_1/r	10	2,36	1,91	1,6	1,38	1,21	1,08	1
ε (Relation 10e)	72,2	8,9	6,85	5,58	4,7	4,03	3,5	3,38
$1 - (r/r_1)^2$	0,99	0,82	0,725	0,61	0,475	0,32	0,15	

C. 1. 6 - Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.

C. 1. 6. 1 - Analyse avec application des équations générales (7) et (12).

Régime statique.

Conditions d'expérimentation : pression extérieure P_1 égale à 76,5 cm de mercure ; diamètre de l'orifice du diaphragme : 0,05 cm ; cet orifice impose un débit sonique égal à 38,7 cm^3/s.

Etat des disques pendant les expériences : immobiles.

Première expérience : Recherche de la valeur de k'. Cette expérience doit permettre de définir la meilleure valeur de k'. La pression P en amont du diaphragme est constante et égale à 4,75 kg/cm^2. Le débit q, à la section de sortie, est de 220 cm^3/s. A chaque relevé on effectue le calcul de h par la relation (10d).

Les résultats qui ont été obtenus par expérience et par calculs sont comparés dans le tableau C 160 et la figure C 161.

TABLEAU C - 160

1ère EXPERIENCE -

VALEURS COMPAREES DE h OBTENUES :

- Par mesures avec cales.
- Par calcul de la relation 10d au moyen de différentes valeurs de h'

VALEURS CONSTANTES
- Pression extérieure P_1 = 10404 mm d'eau.
- Débit section de sortie q_1 = 220 cm³/s.
- Pression en amont du diaphragme P_o = 4,75 kg/cm².

Pression en kg/cm² en aval du diaphragme P_o'	Valeurs des intervalles entre les disques calculées avec (10d) 10^{-3}cm			h. 10^{-3} cm mesurée par cales
	Constantes k' = 6	k' = 4	k' = 3	
0,14	13,9	12,1	11	14 $^{+ 0,0009 \text{ cm}}_{- 0,0008 \text{ cm}}$
0,2	12,35	11	10	12 "
0,24	11,3	10,1	9,15	10 "
0,32	10,5	9,3	8,4	9,5 "
0,43	9,76	8,5	7,5	9 "
0,5	8,35	7,28	6,61	8 "

Précision sur les valeurs de h.

La lecture du manomètre à liquide peut constituer une source d'erreurs accidentelles qui demeurent toutefois sans grande importance ; l'erreur de deux divisions que l'on commet facilement n'affecte en effet que de 5 à 7 % la valeur de K_1^2. La valeur de q_1 est connue d'autre part à 1 % près. Le calcul de h donne un résultat valable avec une précision voisine de 3, 2 %.

Deuxième expérience : L'intervalle h est demeuré constant et a pour valeur 0,007 cm. La pression P_o est variable de 1 à 5 kg/cm². Les cinq expériences que nous avons effectuées sont résumées par les tableaux C 161 à C 165 où nous avons reporté les résultats acquis par l'intégration de la formule (7). Les courbes portées sur la figure C 162, correspondant aux essais à faibles débits, indiquent la décroissance régulière de la pression le long du rayon de la butée.

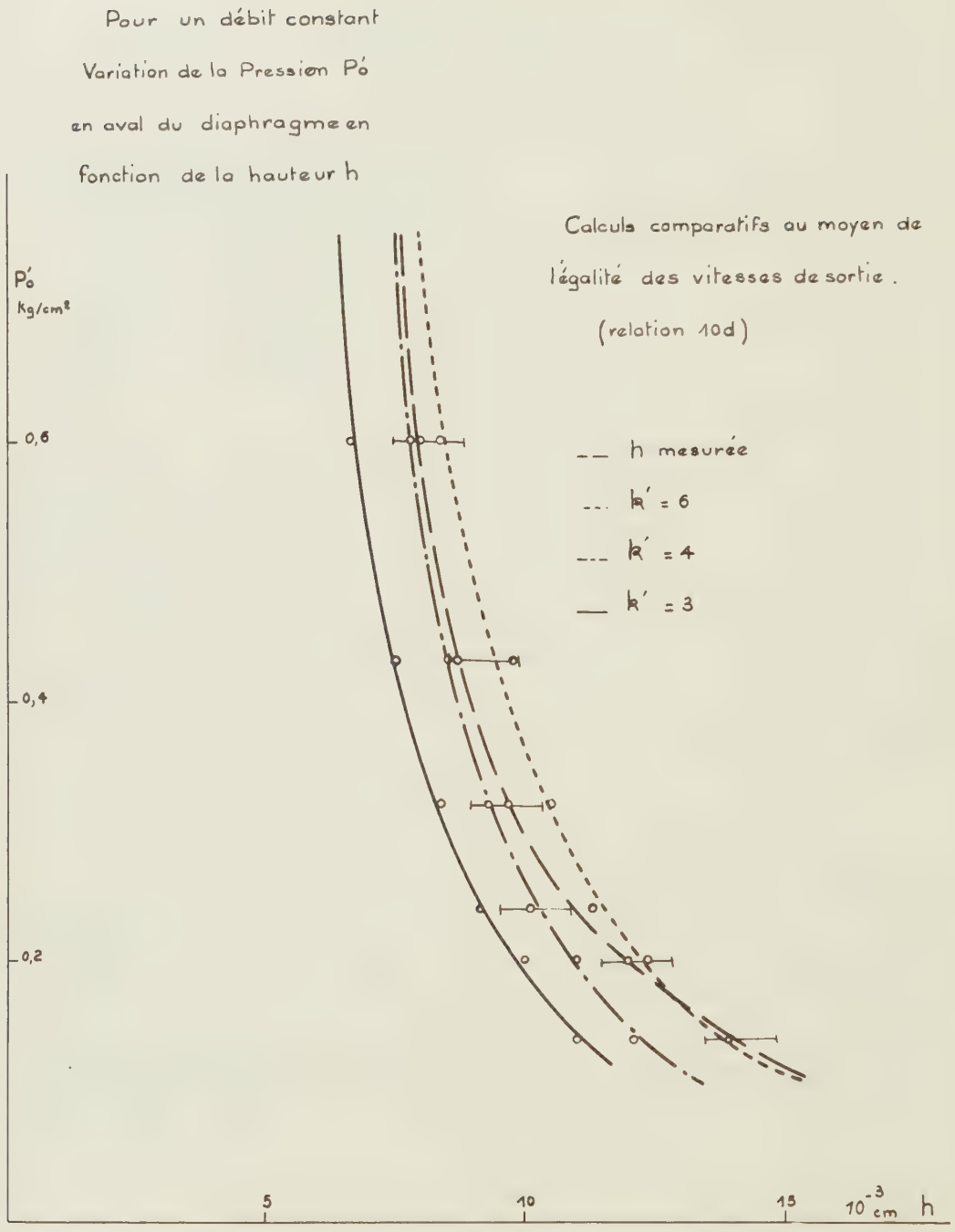


Fig. C-161 - Courbes comparatives des valeurs de h extraites du tableau D-241

TABLEAU C - 161

2éme EXPERIENCE -

Répartition des pressions pour différent débits.

CONDITIONS DE RELEVE

- Pressions extérieure P_1 = 10404 mm d'eau
- Hauteur $h = 7.10^{-3} \begin{matrix} + 0,9.10^{-3} \\ - 0,5.10^{-3} \end{matrix}$ cm
- Volume fluide écoulé à la section de sortie q_1 = 77,4 cm³/s.
- Pression en amont du diaphragme P_o = 1.15 kg/cm²
- Pression en aval du diaphragme P_o' = 0.17 kg/cm²

N° Prises de pression	1	2	3	4	5	6
Pmm d'eau	465	320	193	123	56	22
X (Relation 10e)	0,104	0,093	0,076	0,068	0,056	0,065
Nombre de Mach : M	0,049	0,046	0,034	0,03	0,026	0,023
Nombre de Reynolds : R	83	78	58,5	51	45	40,2
$Y10^{-3} = \varepsilon M_1^2$ (Relation 10e)	4	3	2,7	2,2	1,9	1,6
$\frac{h^2(X + Y)}{M_1} 10^{-4}$	3,28	2,9	2,86	2,11	1,76	2

TABLEAU C - 162

2éme EXPERIENCE -

Répartition des pressions pour différents débits.

CONDITIONS DE RELEVE

- Pression extérieure P_1 = 10404 mm d'eau
- Hauteur $h = 7.10^{-3} \begin{matrix} + 0,9.10^{-3} \\ - 0,5.10^{-3} \end{matrix}$ cm
- Volume fluide écoulé à la section de sortie q_1 = 120,5 cm³/s.
- Pression en amont du diaphragme P_o = 2,2 kg/cm²
- Pression en aval du diaphragme P_o' = 0,26 kg/cm²

N° Prises de pression	1	2	3	4	5	6
Pmm d'eau	620	441	291	186	93	36
X (Relation 10e)	0,14	0,118	0,115	0,106	0,094	0,078
Nombre de Mach : M	0,069	0,056	0,048	0,042	0,037	0,033
Nombre de Reynolds : R	117,5	96,5	82	71,5	63,3	56,7
$Y10^{-3} = \varepsilon M_1^2$ (Relation 10e)	8,5	6,5	5,3	4,7	3,8	3,3
$\frac{h^2 (X + Y)}{M_1} 10^{-4}$	3,78	3,16	3,06	2,81	2,46	2,06

TABLEAU C - 163

2éme EXPERIENCE -

Répartition des pressions pour différents débits

CONDITIONS DE RELEVE

Pression extérieur P_1 = 10404 mm d'eau

Hauteur $h = 7.10^{-3} \begin{matrix} + 0,9.10^{-3} \\ - 0,5.10^{-3} \end{matrix}$ cm

Volume fluide écoulé à la section de sortie q_1 = 144.5 cm^3/s.

Pression en amont du diaphragme P_o = 2,85 kg/cm^2

Pression en aval du diaphragme P_o' = 0,37 kg/cm^2

N° Prises de pression	1	2	3	4	5	6
P mm d'eau	778	590	411	275	144	52
X (Relation 10e)	0,177	0,175	0,155	0,162	0,094	0,130
Nombre de Mach : M	0,092	0,075	0,064	0,056	0,051	0,045
Nombre de Reynolds : R	157	129	110	96	85,2	76,7
$Y10^{-3} = \varepsilon M_1^2$ (Relation 10e)	15	12	9,8	8,3	7,1	6,1
$\frac{h^2 (X + Y)}{M_1} 10^{-4}$	2,98	2,84	2,5	2,59	1,53	2,07

TABLEAU C - 164

2éme EXPERIENCE -

Répartition des pressions pour différents débits

CONDITIONS DE RELEVE

Pression extérieure P_1 = 10404 mm d'eau

Hauteur $h = 7.10^{-3} \begin{matrix} + 0,9.10^{-3} \\ - 0,5.10^{-3} \end{matrix}$ cm

Volume fluide écoulé à la section de sortie q_1 = 176,2 cm^3/s.

Pression en amont du diaphragme P_o = 3,7 kg/cm^2

Pression en aval du diaphragme P_o' = 0,5 kg/cm^2

N° Prises de pression	1	2	3	4	5	6
P mm d'eau	859	680	508	344	182	71
X (Relation 10e)	0,206	0,206	0,208	0,206	0,177	0,156
Nombre de Mach : M	0,113	0,093	0,079	0,069	0,061	0,055
Nombre de Reynolds : R	193	158,5	135	118,2	105	94,7
$Y\ 10^{-3} = \varepsilon M_1^2$ (Relation 10e)	24	18	15	12	10	9
$\frac{h^2 (X + Y)}{M_1} 10^{-4}$	2,81	2,76	2,75	2,69	2,31	2,04

TABLEAU C - 165

2éme EXPERIENCE -

Répartition des pressions pour différents débits

CONDITIONS DE RELEVE

- Pression extérieure P_1 = 10404 mm d'eau
- Hauteur $h = 7.10^{-3} \begin{matrix} + 0,9.10^{-3} \\ - 0,5.10^{-3} \end{matrix}$ cm
- Volume fluide écoulé à la section de sortie q_1 = 203 cm^3/s.
- Pression en amont du diaphragme P_o = 4,38 kg/cm^2
- Pression en aval du diaphragme P'_o = 0,62 kg/cm^2

N° Prises de pression	1	2	3	4	5	6
P mm d'eau	954	768	574	391	223	80
X (Relation 10e)	0,22	0,23	0,23	0,23	0,22	0,2
Nombre de Mach : M	0,131	0,108	0,092	0,081	0,072	0,065
Nombre de Reynolds : R	222	183	157,5	137,5	122,5	112,5
$Y\ 10^{-3} = \varepsilon\ M_1^2$ (Relation 10e)	33	25	20	17	14	13
$\frac{h^2(X+Y)}{M_1} 10^{-4}$	2,49	2,5	2,49	2,43	2,3	2,1

Troisième expérience : La pression P_o conserve la valeur de 4,75 kg/cm^2. La hauteur h prend les valeurs de 0,0095 cm et de 0,0090 cm. Les tableaux C 166 et C 167 indiquent les résultats acquis. Ceux-ci sont également représentés par les courbes de la figure C 163.

Les valeurs obtenues lors du dernier essai sont utilisées comme valeurs de comparaison pour l'étude de la répartition en régime dynamique.

Régime dynamique.

Dans ce cas, le disque supérieur tourne pendant les mesures à une vitesse angulaire constante ω. Bien que nous ayons pris toutes les précautions nécessaires pour que la valeur h reste constante quelle que soit la vitesse de rotation, nous avons néanmoins fait un essai préliminaire afin de vérifier ce dernier point. Cet essai indique en fait une variation de la pression p'_o située en aval du diaphragme. Le débit fourni par celui-ci étant constant, cette élévation de pression correspondant donc à un affaiblissement de la valeur de h, qui est traduit par la courbe de la figure C 164.

L'appareil que nous avons réalisé offrant la possibilité de corriger ces variations de hauteur, nous avons alors entrepris une deuxième expérience ou a été maintenue constante la pression P'_o.

Cette correction des valeurs de hauteur h est rendue possible par rotation sur le filetage du bâti du cadre supportant la face fixe de mesure des pressions : il en résulte un déplacement axial de cette face de mesure et l'intervalle h séparant les deux faces fixe et mobile varie ; une rotation totale de l'ordre de 10° a permis de conserver la valeur de P' constante pour les quatre vitesses choisies lors de l'essai. Ces quatres vitesses sont 24 000, 33 000, 43 000 et 57 000 t/min.

Les tableaux C 168 et les courbes de la figure C 165 montrent l'évolution de la distribution des pressions lorsqu'un disque est en rotation. Le tableau C 168 permet de comparer les résultats expérimentaux à ceux obtenus par intégration de l'équation (12).

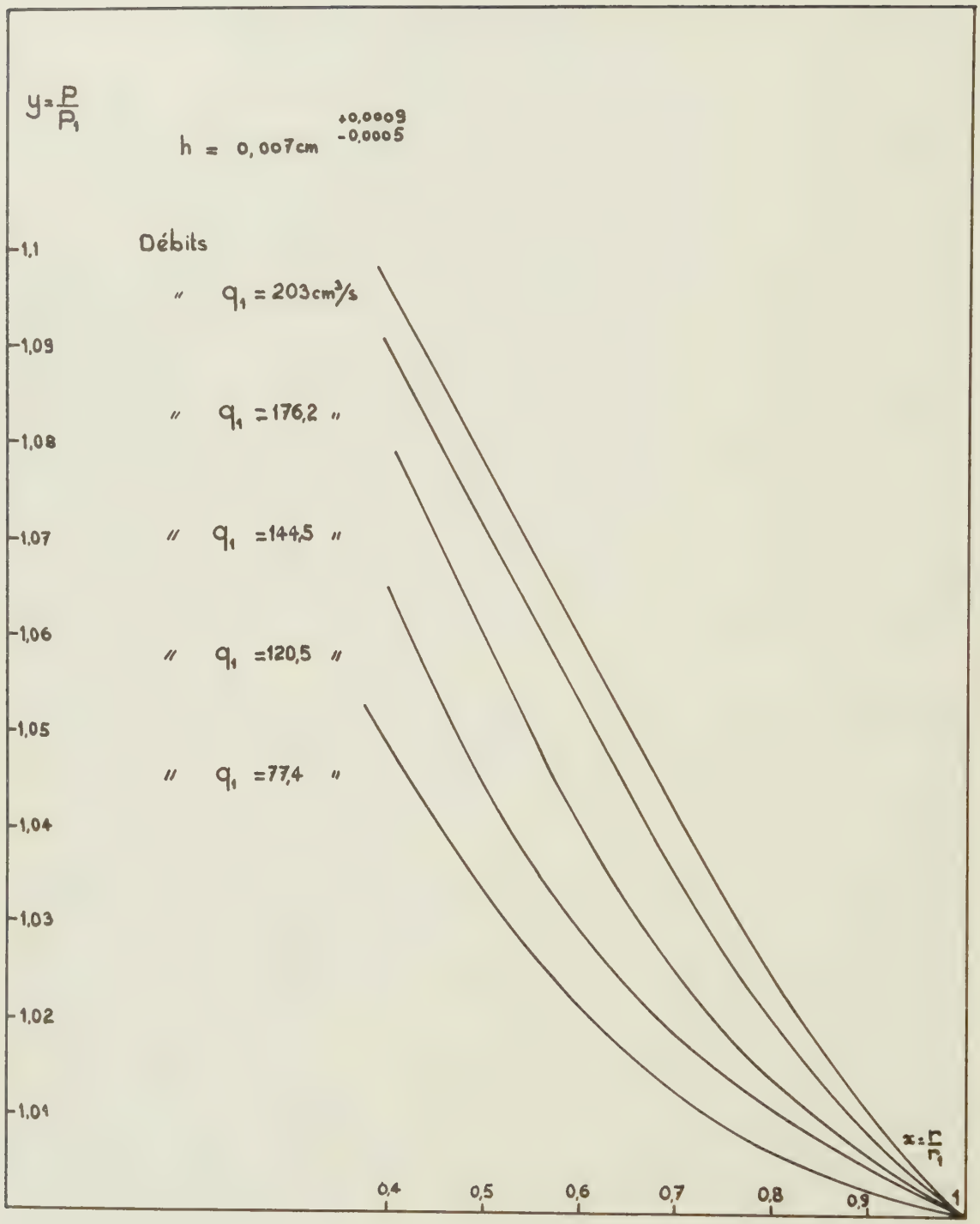


Fig. C-162 - Variations expérimentales de la répartition des pressions le long du rayon de la butée.

TABLEAU C - 166

3éme EXPERIENCE -

Répartition des pressions à débits constants
et pour différentes hauteurs.

CONDITIONS DE RELEVE

Pression extérieure P_1 = 10404 mm d'eau.

Hauteur $h = 9,5.10^{-3} \begin{matrix} + 0,9.10^{-3} \\ - 0,5.10^{-3} \end{matrix}$ cm

Volume fluide écoulé à la section de sortie q_1 = 220 cm^3/s

Pression en amont du diaphragme P_o = 4,75 kg/cm^2

Pression en aval du diaphragme P'_o = 0,32 kg/cm^2

N° Prises de pression	1	2	3	4	5	6
p mm d'eau	590	461	334	225	124	48
X (Relation 10e)	0,13	0,14	0,13	0,13	0,11	0,11
Nombre de Mach : M	0,121	0,1	0,085	0,074	0,071	0,059
Nombre de Reynolds : R	278	231	197	171	164	135,5
$Y\ 10^{-3} - \varepsilon\ M_1^2$ (Relation 10e)	26	20	16	14	13	12
$\frac{h^2\ (X + Y)}{M_1}\ 10^{-4}$	2,67	2,73	2,52	2,46	2,25	2,05

TABLEAU C - 167

3éme EXPERIENCE -

Répartition des pressions à débits constants
et pour différentes hauteurs.

CONDITIONS DE RELEVE

Pression extérieure P_1 = 10 404 mm d'eau

Hauteur $h = 9.10^{-3} \begin{matrix} + 0,9.10^{-3} \\ - 0,5.10^{-3} \end{matrix}$ cm

Volume fluide écoulé à la section de sortie q_1 = 220 cm^3/s

Pression en amont du diaphragme P_o = 4,75 kg/cm^2

Pression en aval du diaphragme P'_o = 0,43 kg/cm^2

N° Prises de pression	1	2	3	4	5	6
P mm d'eau	716	538	403	270	159	76
X (Relation 10e)	0,163	0,169	0,169	0,158	0,158	0,157
Nombre de Mach : M	0,132	0,108	0,092	0,080	0,071	0,064
Nombre de Reynolds : R	290	236	202	176	155	141
$Y\ 10^{-3} = \varepsilon\ M_1^2$ (Relation 10e)	32	24	20	16	14	12
$\frac{h^2\ (X + Y)}{M_1}\ 10^{-4}$	2,57	2,55	2,52	2,31	2,27	2,23

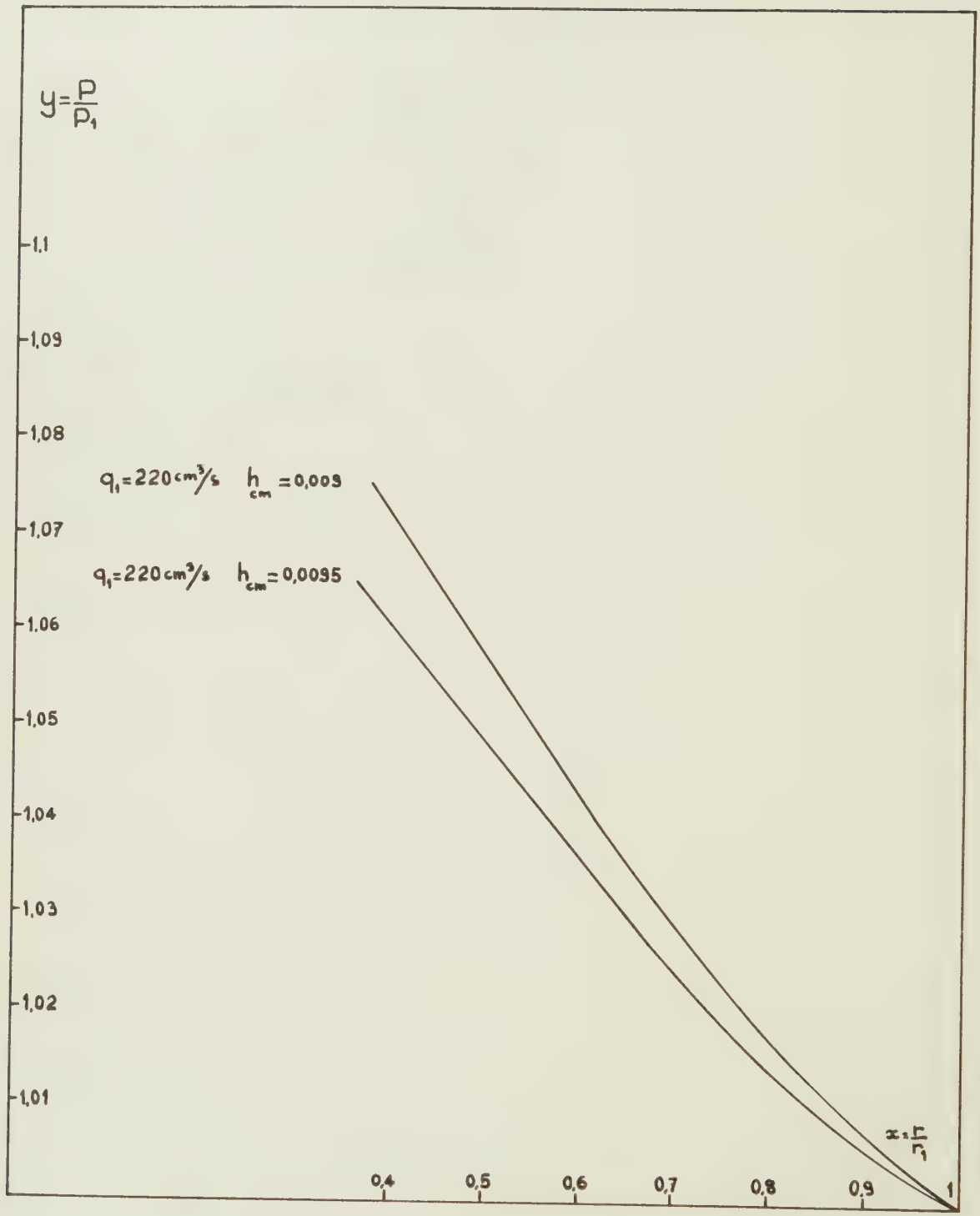


Fig. C-163 - Répartition des pressions à débit constant pour différentes hauteurs h.

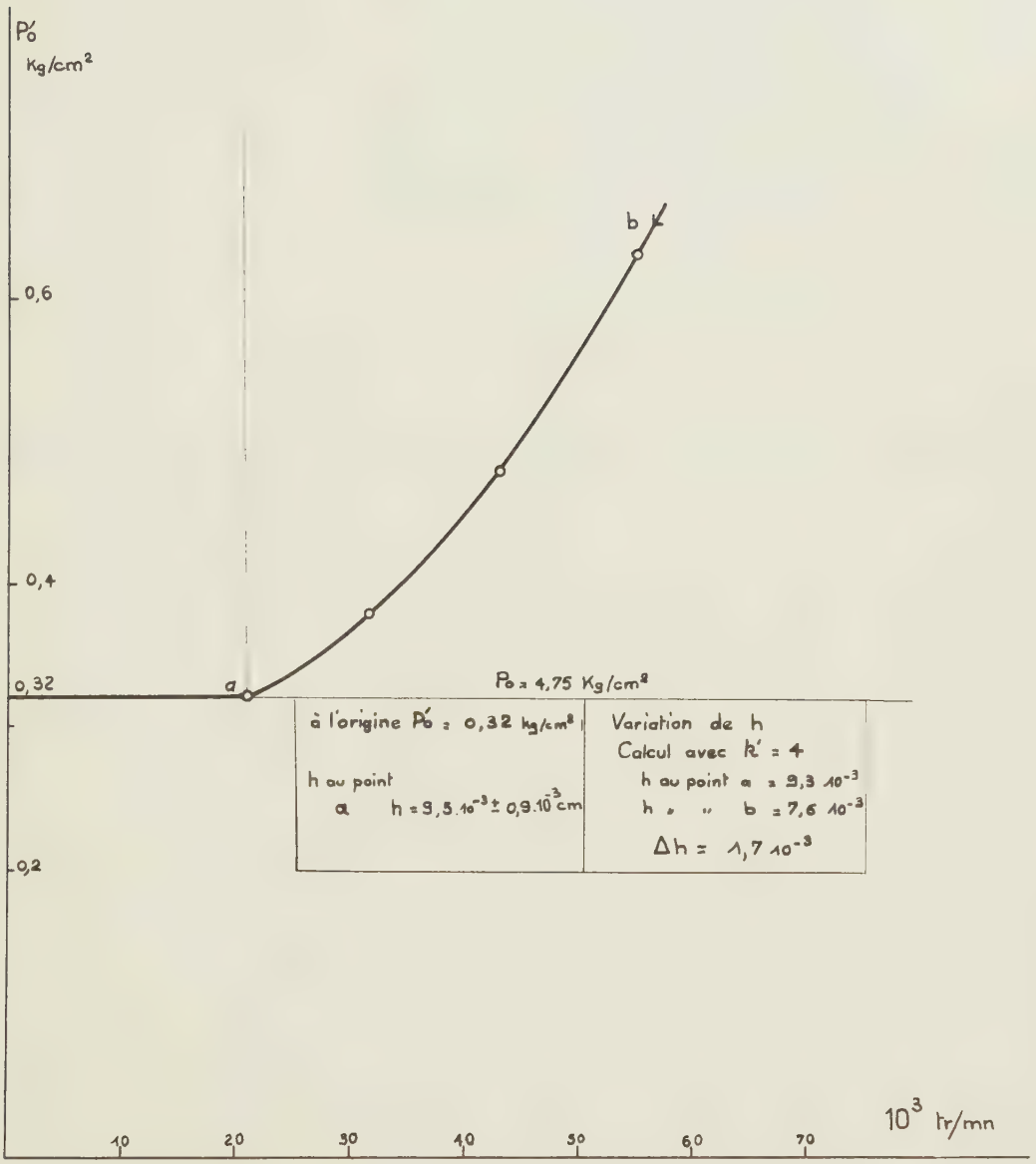


Fig. C-164 - Variation de la pression située en aval du diaphragme en fonction de la vitesse du disque.

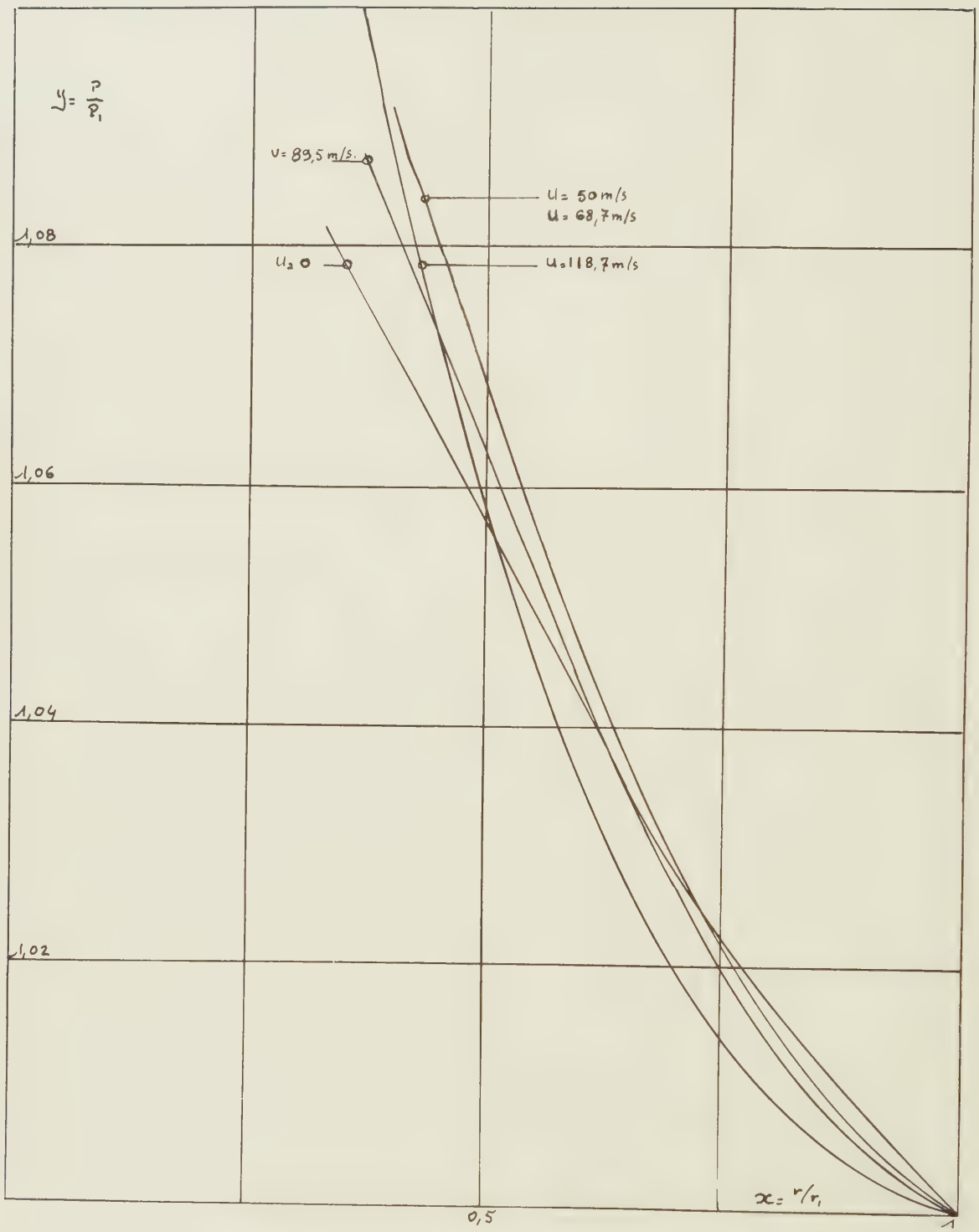


Fig. C-165 - Répartition expérimentale pour différentes vitesses

TABLEAU C - 168

DISTRIBUTION DES PRESSIONS EN REGIME DYNAMIQUE

COMPARAISON AVEC LA THEORIE GENERALE

P/P = Y

$r/r_1 = x$	$N_1 = 0$ N = 0			$N_1 = 0,14$ N = 24.000			$N_1 = 0,2$ N = 33.000			$N_1 = 0,26$ N = 43.000			$N_1 = 0,34$ N = 57.000		
	Expérimental	Calcul de 12a	Calcul de 7	Expérimental	Calcul de 12a	Calcul de 12	Expérimental	Calcul de 12a	Calcul de 12	Expérimental	Calcul de 12a	Calcul de 12	Expérimental	Calcul de 12a	Calcul de 12
0,425	1,068	1,062	1,0167	1,084	1,0595	1,0629	1,085	1,0568	1,06	1,077	1,0531	1,057	1,079	1,0467	1,05
0,525	1,051	1,048	1,016	1,062	1,0473	1,0473	1,062	1,0432	1,0449	1,058	1,04	1,0418	1,052	1,0342	1,0359
0,625	1,039	1,035	1,0151	1,042	1,0337	1,0344	1,041	1,0316	1,0324	1,039	1,0288	1,0296	1,031	1,024	1,0248
0,725	1,025	1,024	1,013	1,027	1,0232	1,0235	1,026	1,0215	1,0219	1,024	1,0194	1,0198	1,017	1,0156	1,016
0,825	1,015	1,014	1,0097	1,014	1,0139	1,014	1,013	1,0128	1,0129	1,011	1,0113	1,0114	1,0072	1,00881	1,0089
0,925	1,006	1,0061	1,0049	1,005	1,0056	1,0056	1,0049	1,0051	1,0051	1,0045	1,0044	1,0045	1,0022	1,00333	1,0033

C. 1. 6. 2 - Analyse avec application des hypothèses simplificatrices.

Régime statique (les relations tiennent compte des effets d'inertie).

L'étude précédente nous a permis de faire une comparaison valable des résultats à l'aide des valeurs des constantes déterminées par l'application de la relation 10b.

Cette méthode utilisant un calculateur électronique peut, dans certains cas, être d'emploi difficile ; afin de la remplacer, nous effectuons une analyse comparative entre théorie et expérience en utilisant la relation (10) que nous écrivons sous la forme générale :

$$\frac{\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - 1}{\ln \frac{r_1}{r}} + \frac{6}{5}\gamma \frac{M_1^2 \left[\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 - 1\right]}{\ln \frac{r_1}{r}} = 2 K_1^2 = \frac{4 k' \mu \bar{u}_1 r_1}{h^2 P_1}$$

où K_1^2 a une valeur différente de celle qui est donnée par le calcul relatif aux écoulements de forme parabolique.

La relation ci-dessus écrite, sous forme simplifiée devient :

$$X + Y = 2 K_1^2 \quad \text{avec} \quad Y = \varepsilon M_1^2 \ ;$$

sa valeur constante justifie les hypothèses précédentes ; celles-ci sont par ailleurs généralement vérifiées pour les mesures effectuées au voisinage de la section de sortie.

Cette relation peut encore être écrite de manière plus générale en introduisant une nouvelle constante, indépendante :

a) du débit ou du nombre de Reynolds, en effectuant le rapport des membres de l'égalité (10e) au nombre de Mach M_1. Dans ce cas, on obtient la nouvelle constante :

$$\frac{4 k' \mu C_1 r_1}{h^2 P_1}$$

b) de l'intervalle h. Pour cela il suffit de porter la valeur de h^2 dans l'égalité précédente. Dans ce cas nous obtenons pour la nouvelle constante l'expression $\frac{4 k' \mu r_1 c_1}{P_1}$ et en considérant respectivement pour k' les valeurs 6, 4 ou 3 nous obtenons pour résultats les valeurs $2,83.10^{-4}$, $1,88.10^{-4}$ ou $1,41.10^{-4}$.

Toutefois pour les mesures effectuées vers le centre du disque, les effets d'inertie et les nombres de Reynolds deviennent importants et détruisent l'égalité ci-dessus, limitant ainsi le domaine d'application de la théorie simplifiée.

Les valeurs que nous avons calculées de cette façon sont portées dans les tableaux C 161 à 167. Les courbes représentées figure C 166 montrent par ailleurs que la valeur critique du nombre de Reynolds n'a pas été atteinte.

Régime dynamique.

La théorie générale de la distribution des pressions, qui tient compte de tous les phénomènes agissant sur le film gazeux, peut également être simplifiée.

1/ Le gradient de pression donné par la relation (12) peut s'écrire :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\alpha \mu r_1 \bar{u}_1}{h^2 P_1 xy} + \beta \gamma M_1^2 \frac{1}{x^3 y} + \delta \gamma N_1^2 xy. \qquad (12a)$$

Pour cela on suppose un écoulement isotherme, une répartition des vitesses parabolique, une valeur de M_1 faible et des valeurs de x et y voisines de 1.

Les valeurs numériques obtenues par l'intégration de cette équation sont portées dans le tableau C 168.

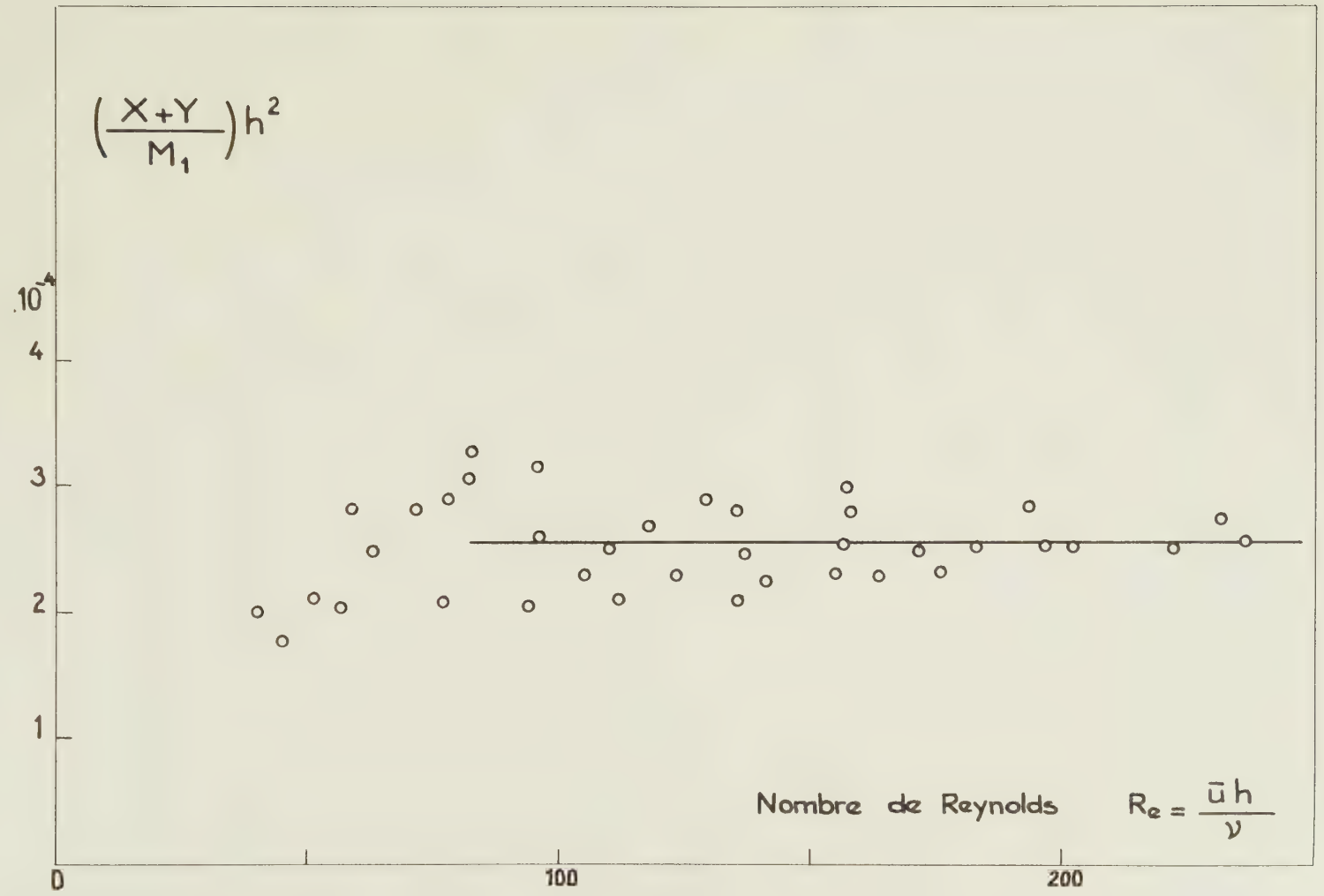

$\left(\frac{X+Y}{M_1}\right)h^2$
10^{-4}
4
3
2
1
0
100
200
Nombre de Reynolds
$R_e = \frac{\bar{u}\,h}{\nu}$

Fig. C-166.

2) La formule (13) peut se mettre sous la forme :

$$X_1 = \left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - \frac{1}{1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2} = A - B - C.$$

Elle constitue un moyen simple de calcul de la distribution des pressions au voisinage de la section de sortie [C 161].

a) Dans celle-ci entrent respectivement les termes A, B et C. Si l'on effectue une comparaison terme à terme avec les relations 10a et 10c (pages 36 et 42) on obtient respectivement pour les valeurs de α et de β les relations :

- pour α $\qquad \alpha = 2k' \quad$ avec $\quad k' = 4 \quad \alpha = 8$

- pour β $\qquad \frac{6}{5}\gamma \ M_1^2 = \beta \gamma \ M_1^2$

d'où :

$$\beta \simeq 6/5$$

Les valeurs expérimentales calculées à l'aide du rapport $\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - \frac{1}{1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2}$ sont comparées avec celles qui furent obtenues par l'opération des coefficients numériques de A, B et C.

Le tableau C 169 présente tous ces calculs ; un accord très satisfaisant y apparaît.

TABLEAU C - 169

DISTRIBUTION DES PRESSIONS EN REGIME DYNAMIQUE

COMPARAISON AVEC LA THEORIE SIMPLIFIEE

N. tours/mn	Um/s	Expérimental X'	Calcul de 13 A. B. C.
24.000	50, 2	0, 069	0, 069
33.000	69, 2	0, 056	0, 060
43.000	88, 8	0, 046	0, 047
57.000	119, 3	0, 024	0, 023

C. 1. 7 - Observations des équilibres de pression pour disques libres (largeur, vitesse et jeu de la butée varient) :

Régime statique.

On effectue un deuxième groupe de relevés en utilisant, d'une part, l'appareil représenté sur la figure C 152 et, d'autre part, les appareils représentés sur la figure C 153.

Dans le premier cas on choisit des valeurs de h de plus en plus élevées et des débits d'écoulement de plus en plus importants. Dans certains cas la section d'entrée fonctionne en régime sonique.

Les courbes relevées montrent nettement l'existence d'un maximum dans la distribution des pressions, et d'une zone de pression inférieure à la pression atmosphérique, s'écartant du centre du disque à mesure que h augmente, et également à mesure que le débit augmente (accroissement de P_o).

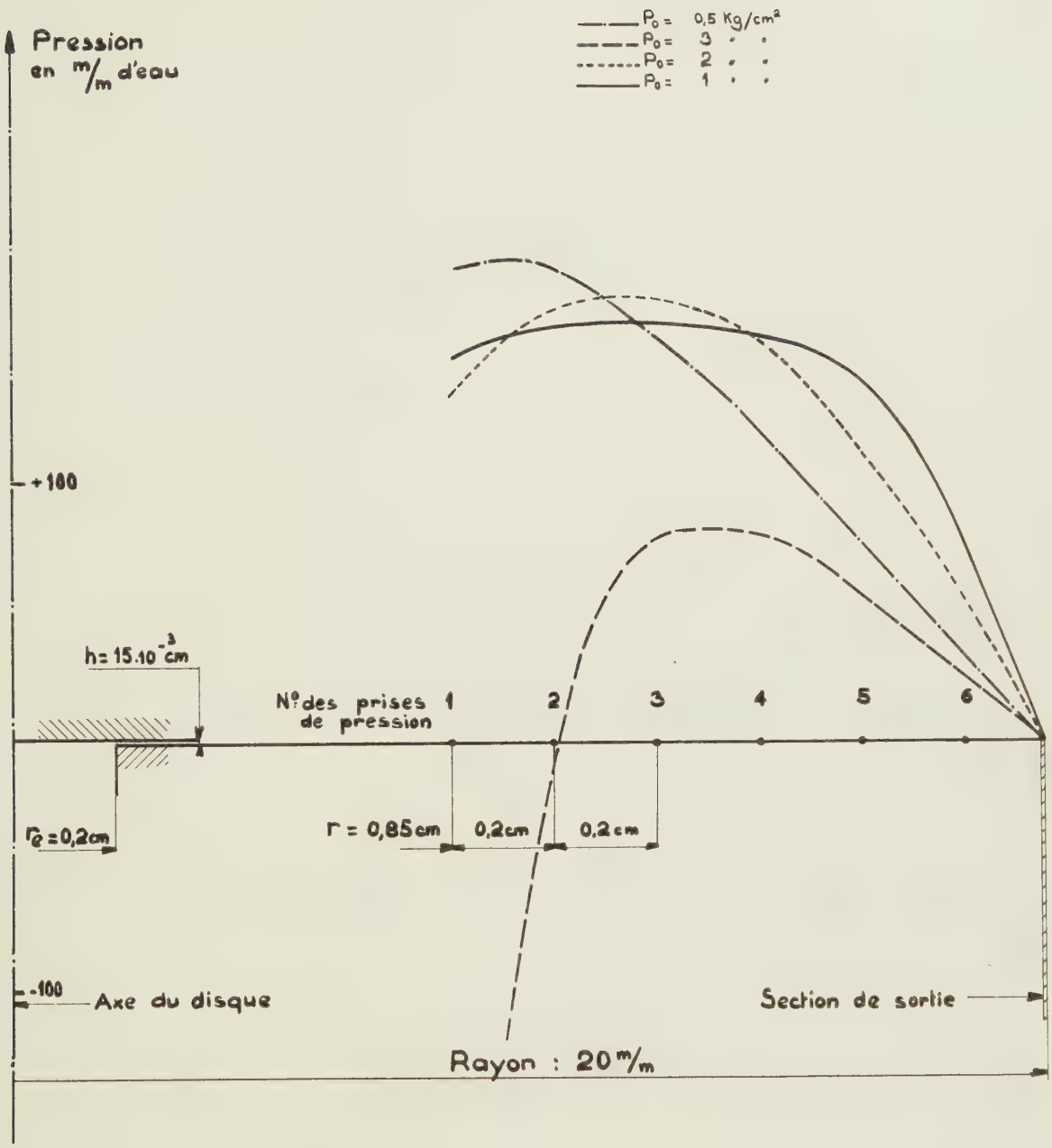


Fig. C-170 - Répartition des pressions entre les 2 disques fixes. Alimentation sans diaphragme débitmètre

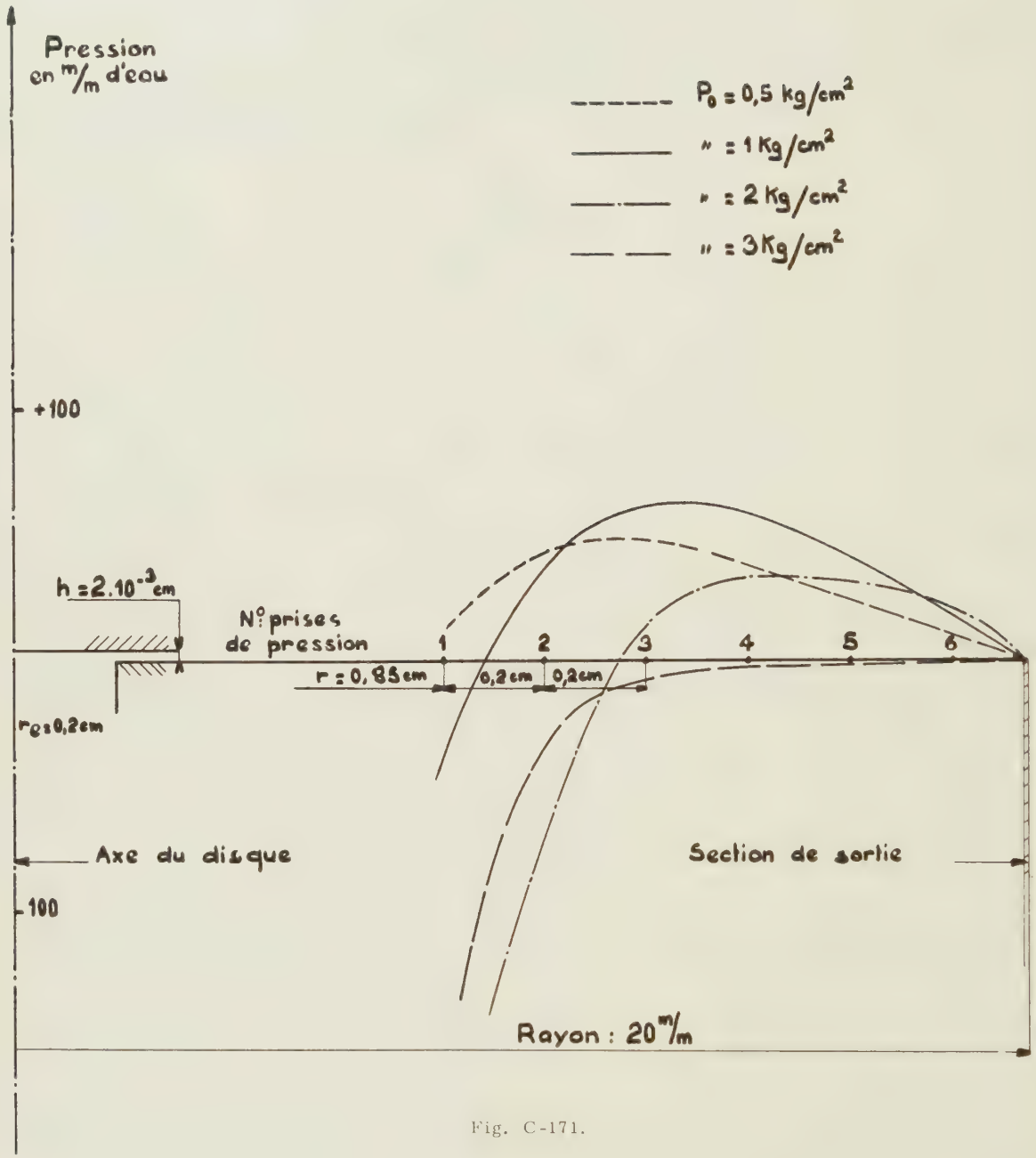

Pression
en m/m d'eau
P0 = 0,5 kg/cm2
" = 1 Kg/cm2
" = 2 Kg/cm2
" = 3Kg/cm2
+100
h = 2.10-3 cm
N° prises
de pression
1
2
3
4
5
6
r = 0,85 cm
0,2 cm
0,2 cm
re = 0,2 cm
Axe du disque
Section de sortie
100
Rayon : 20 m/m

Fig. C-171.

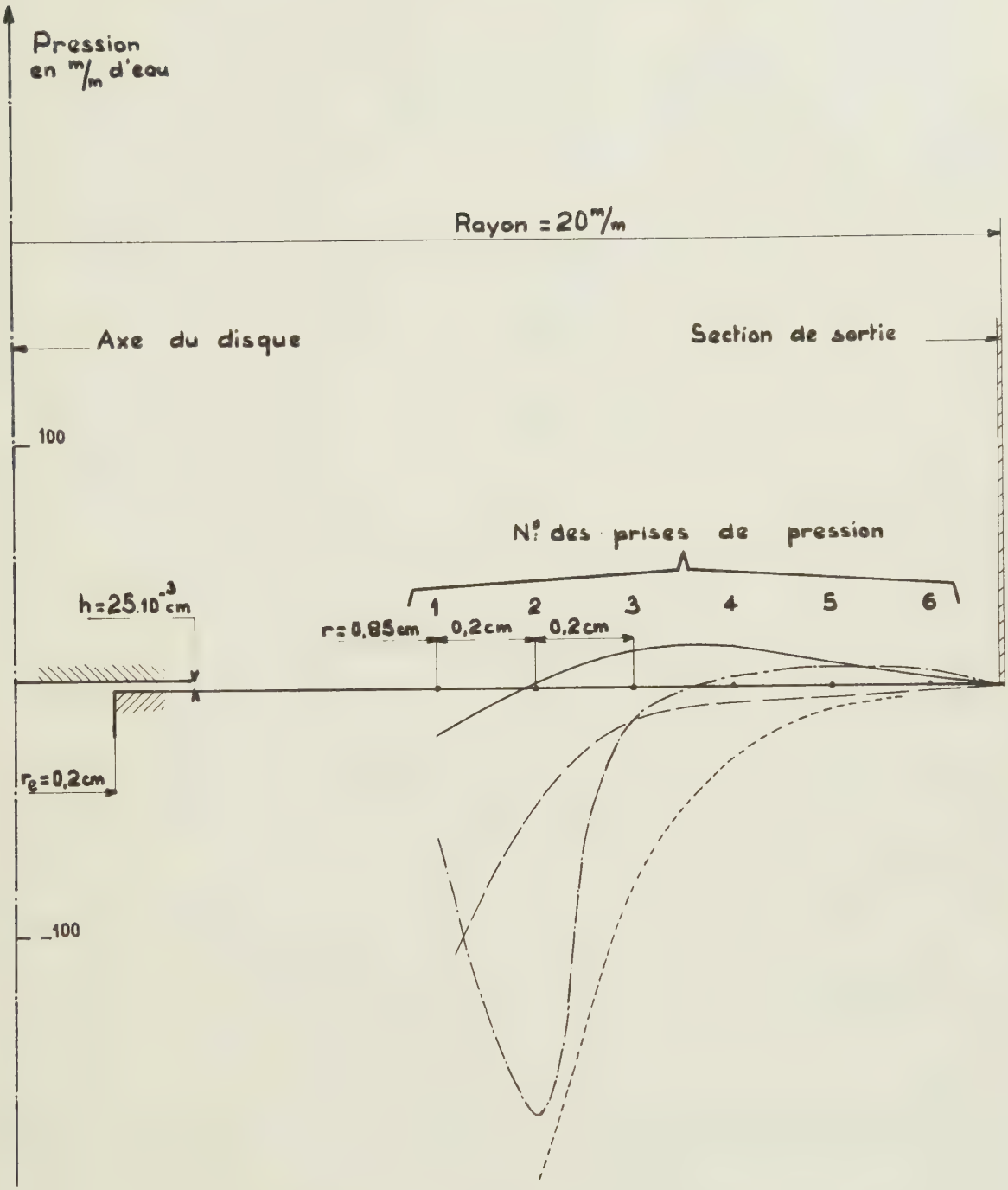

Pression
en m/m d'eau
Rayon = 20 m/m
Axe du disque
Section de sortie
100
N° des prises de pression
h = 25.10⁻³ cm
1
2
3
4
5
6
r = 0,85 cm
0,2 cm
0,2 cm
r_e = 0,2 cm
100

Fig. C-172.

Les résultats qui ont été obtenus pour trois des essais effectués sont reproduits à titre indicatif sur les figures C 170, C 171, C 172.

Quelques résultats des mesures que nous avons effectuées avec les appareils représentés figure C 153 [C 171] sont portés sur les figures C 173 et C 174.

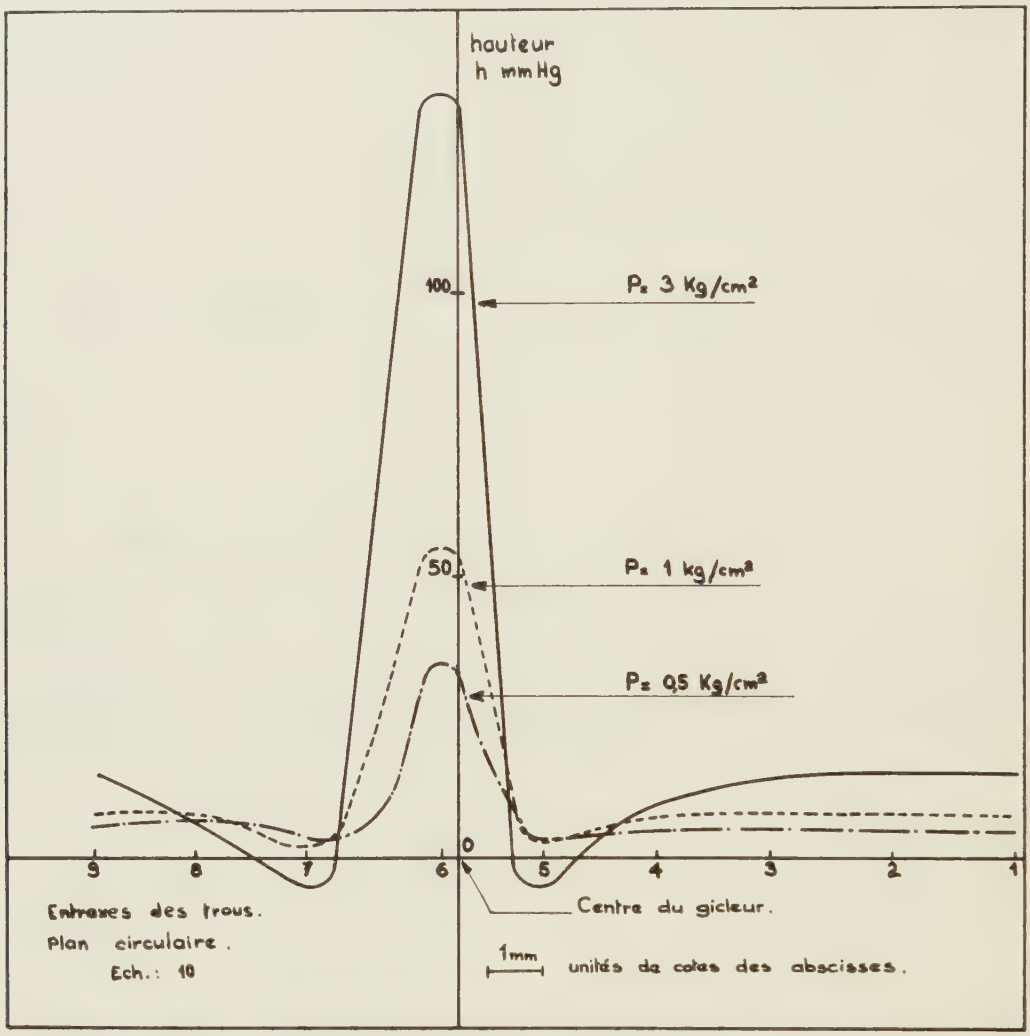


Fig. C-173 - Butée de 4 gicleurs sur ϕ 20 et 4 gicleurs sur ϕ 34. Mesures suivant l'axe ϕ 20.

Là encore on peut constater la présence d'une zone de pressions négatives aux abords du gicleur, cette zone étant, comme dans le cas précédent, très probablement due à l'écoulement sonique. (La pression à l'intérieur des chambres d'alimentation est supérieure à la pression critique).

Dans le plan radial, on constate, avec le premier appareil (dont le disque de mesure a une largeur de 6 mm), que les pressions mesurées autour du gicleur sont constamment négatives, ce qui peut signifier l'existence d'un écoulement gazeux avec décollement de la paroi. Par contre avec le second appareil (largeur du disque 12 mm,) apparaît une zône de pressions positives, qui donne naissance à un film gazeux sous pression de plus grande largeur, rendant l'ensemble plus rigide et plus stable. Les vibrations observées avec le premier type d'appareil pour l'utilisation de pressions supérieures à 1 kg/cm² ne se sont pas en effet manifestées ici.

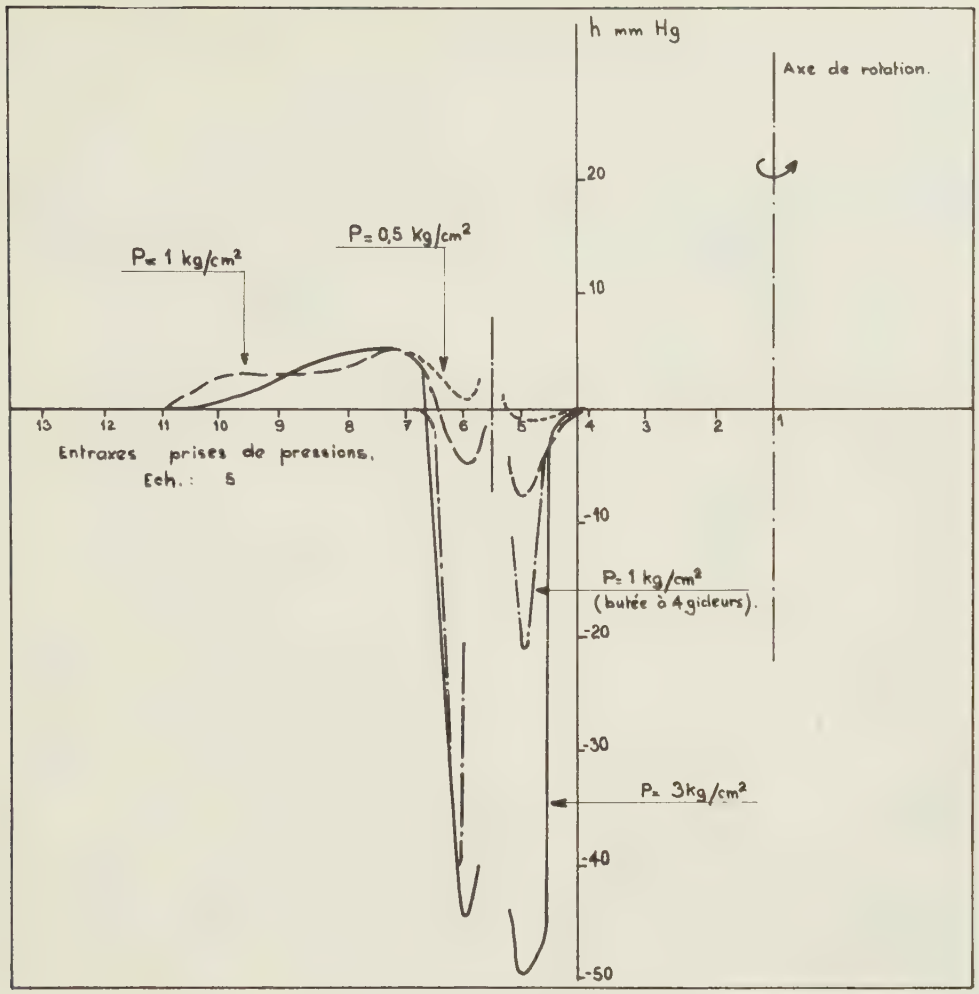


Fig. C-174 - Butée à 8 gicleurs. Mesures suivant le plan radial.

Régime dynamique.

- Utilisation de l'appareil représenté sur la figure C 152.

Les relevés de pression effectués lorsque le disque tourne avec des distances entre disques supérieures à 10^{-2} cm et des débits soniques à la section d'entrée de 38 à 65 cm^3/s, confirment les résultats théoriques précédents. Ces résultats mettent en évidence les divers troubles qui se manifestent pour des vitesses périphériques supérieures à 60 m/s.

On constate en effet sur les figures C 175, C 176, C 177 qu'au-dessus de cette valeur apparaît une très rapide modification des courbes de pression qu'on ne peut actuellement expliquer physiquement sinon en formulant des hypothèses : Cette modification peut être due à l'apparition de la turbulence alors que, dans nos calculs, nous avons toujours supposé l'écoulement laminaire. Ce phénomène entraîne des complications technologiques considérables du fait de la répulsion rapide des faces.

- Utilisation du troisième appareil de la figure C 153.

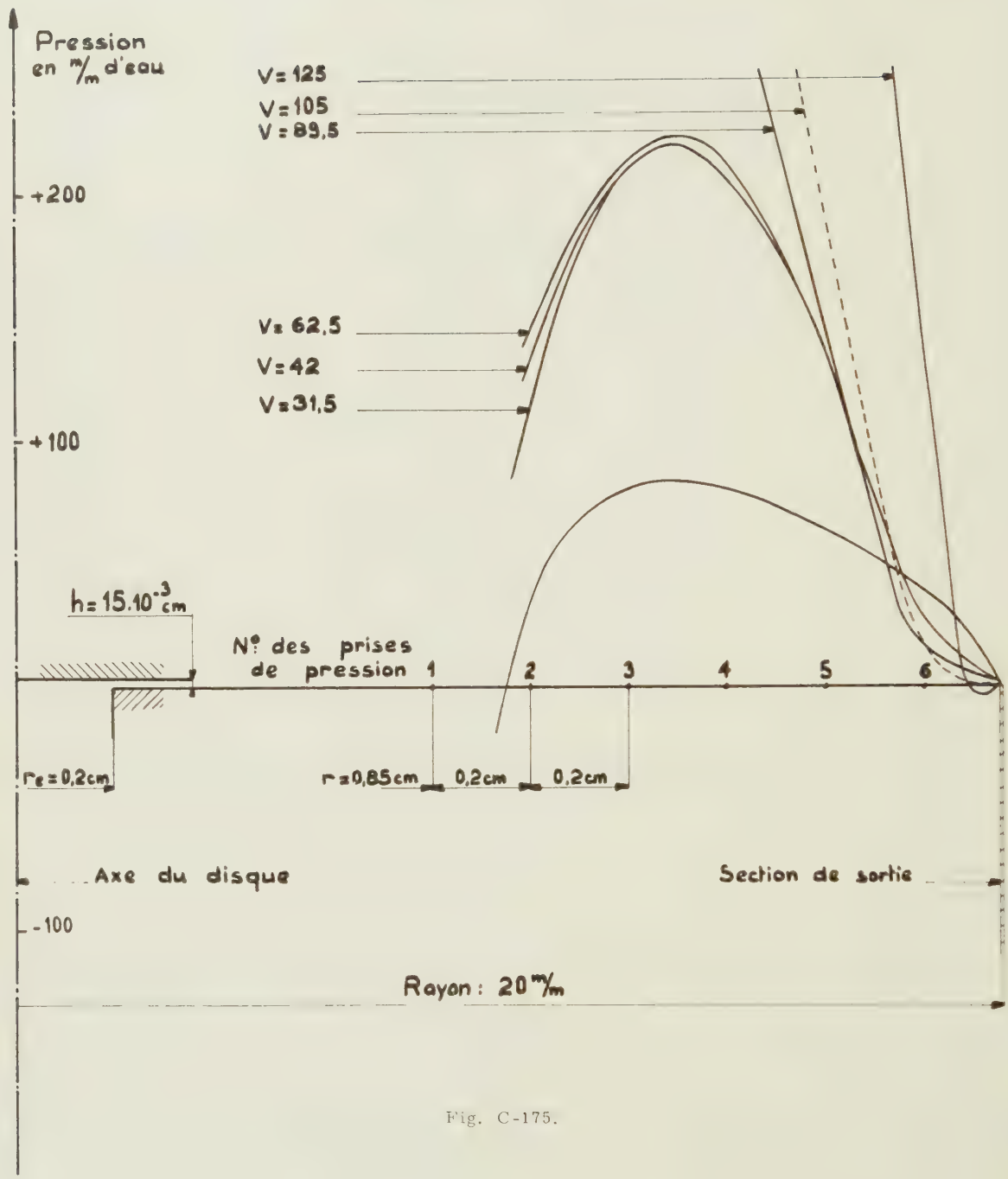

Pression
en m/m d'eau
V = 125
V = 105
V = 89,5
+200
V = 62,5
V = 42
V = 31,5
+100
h = 15.10⁻³ cm
N° des prises
de pression 1
2
3
4
5
6
re = 0,2cm
r = 0,85cm
0,2cm
0,2cm
Axe du disque
Section de sortie
-100
Rayon : 20 m/m

Fig. C-175.

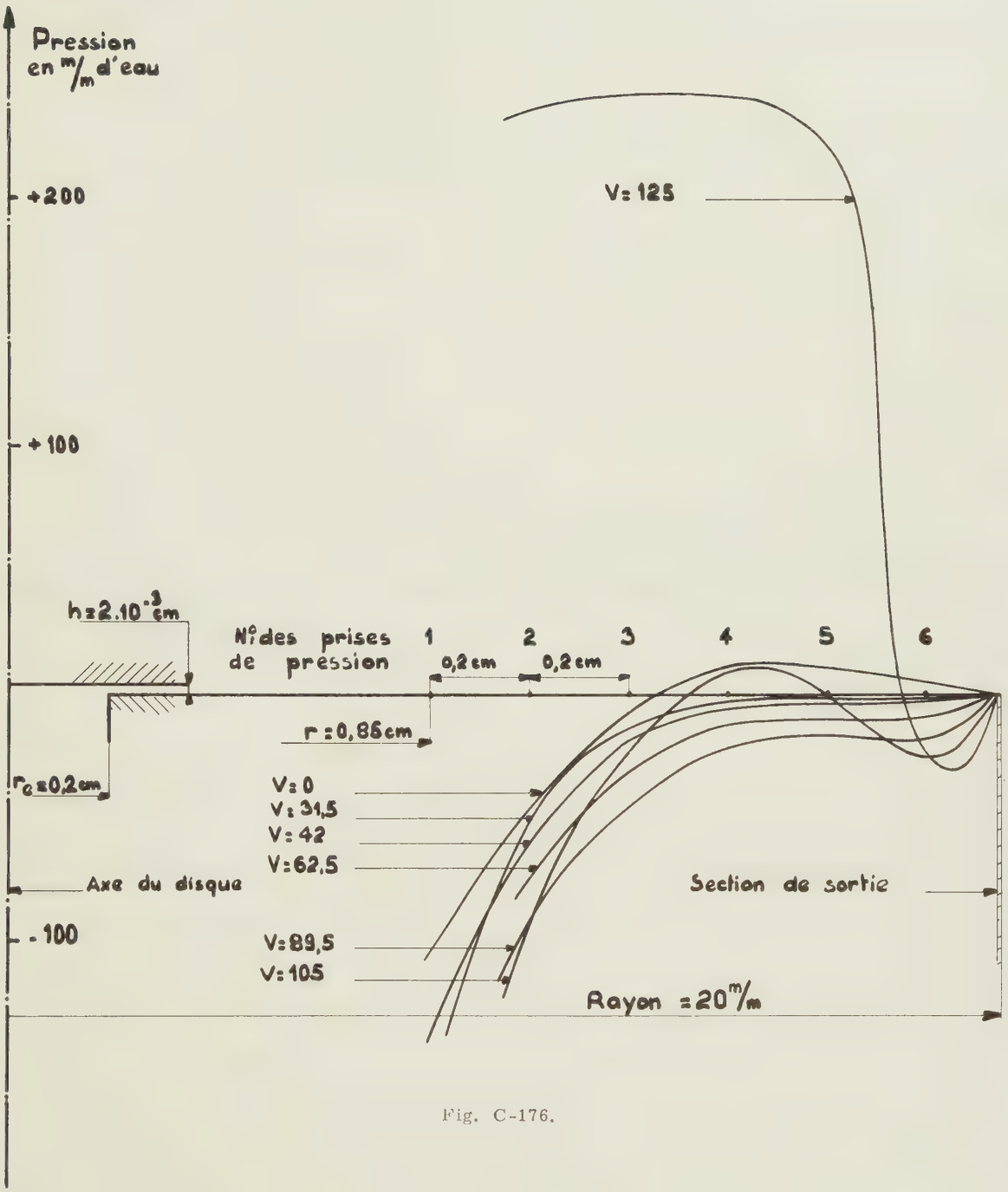

Pression
en m/m d'eau
+200
+100
-100
V= 125
h=2.10⁻³ cm
N° des prises de pression
1
2
3
4
5
6
0,2 cm
0,2 cm
r = 0,85 cm
r₀ = 0,2 cm
V= 0
V= 31,5
V= 42
V=62,5
V=89,5
V=105
Axe du disque
Section de sortie
Rayon = 20 m/m

Fig. C-176.

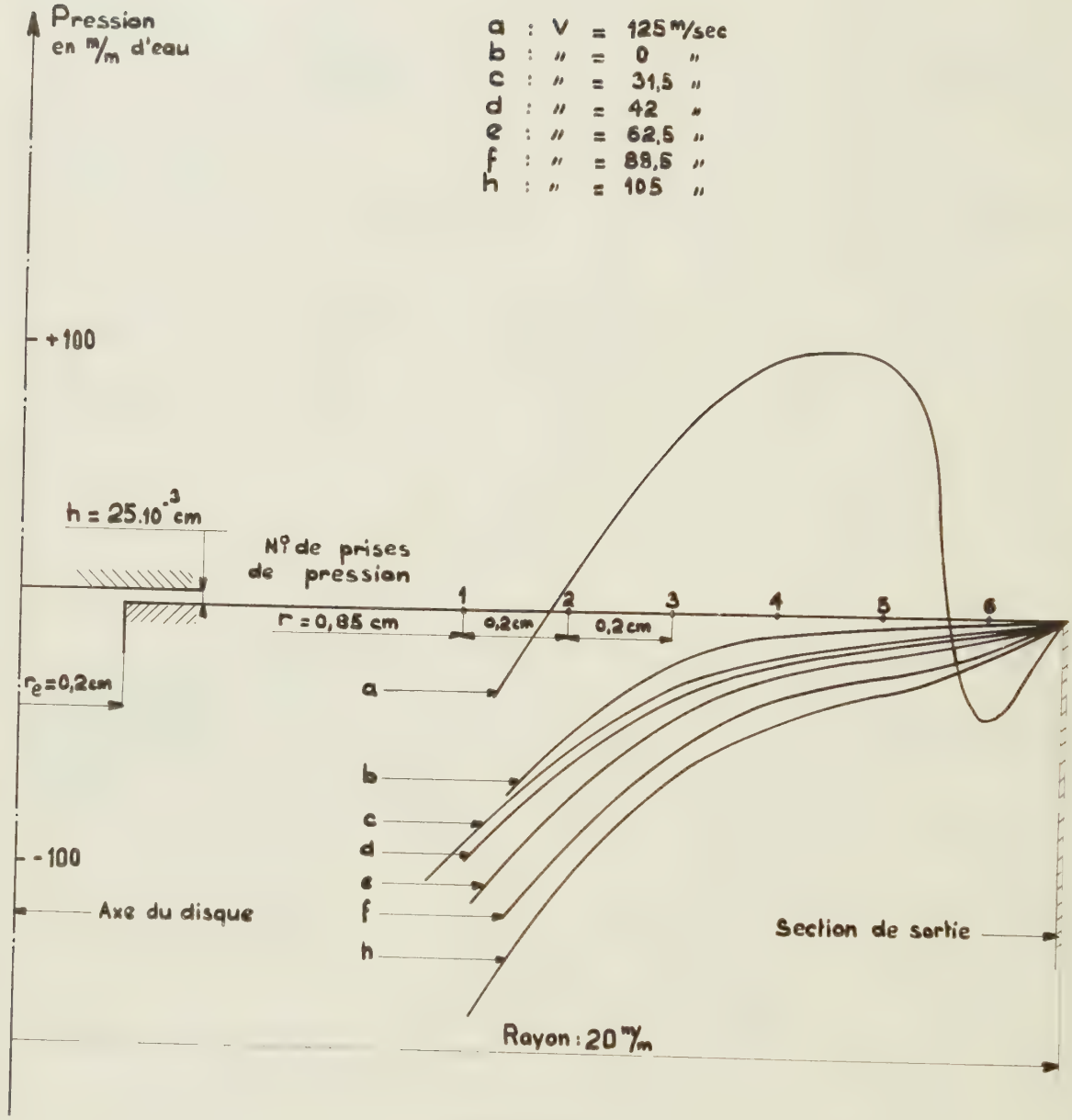

Pression
en m/m d'eau
a : V = 125 m/sec
b : " = 0 "
c : " = 31,5 "
d : " = 42 "
e : " = 62,5 "
f : " = 88,5 "
h : " = 105 "
+100
-100
h = 25.10⁻³ cm
N° de prises
de pression
r = 0,85 cm
0,2cm
0,2cm
1
2
3
4
5
6
re=0,2cm
a
b
c
d
e
f
h
Axe du disque
Section de sortie
Rayon : 20 m/m

Fig. C-177.

Les courbes représentées sur les figures C 178 et C 179 sont relevées suivant une circonférence et suivant l'axe radial. Dans le premier cas on observe, dans le sens de la rotation, en amont du gicleur, une surpression et en aval un étalement de la zone de pressions négatives. Ces anomalies s'accentuent avec la vitesse de rotation.

Dans le second cas, bien que la valeur de h, liée à l'équilibre des pressions, s'adapte aux conditions d'expérience grâce à la liberté axiale du disque, on retrouve exactement le phénomène d'inversion du signe des pressions pour des vitesses périphériques supérieures à 50 m/s.

C. 1. 8 - Equilibre des charges.

La notion de capacité de charge est importante dans le domaine pratique. Deuker et Wojtech ont essayé de calculer sa valeur par l'intégration de la courbe de répartition de la pression le long du rayon, mais la répartition est très mal définie aux abords de la section d'entrée, et cette courbe prend, par ailleurs ainsi que nous l'avons vu précédemment, des formes très variables selon les conditions d'utilisation.

Il est donc extrêmement difficile d'engager sur ces bases une étude théorique, aussi avons-nous essayé de nous rendre compte par voie expérimentale des possibilités offertes par de telles butées.

1/ Appareils N° 1 et 2 de la figure C 153.

Les résultats d'expériences, traduits par les courbes C 181 et C 182, montrent, pour la butée plus large (n° 2), une diminution progressive de l'épaisseur du film d'air, due au constant équilibre des pressions avec la charge. C'est ce modèle qui présente en fait la meilleure stabilité.

2/ Un autre type de butée, de même principe mais plus large, est employé pour des sélecteurs tournants (une représentation en coupe est donnée sur la figure C 183). Au repos, sous l'effet de la charge, la chambre d'alimentation est obturée par l'écrasement du disque porteur. Lorsque l'air sous pression arrive dans la chambre, le piston, constitué par le disque coulissant librement dans celle-ci, se soulève avec sa charge ; les orifices (gicleurs) ménagés sur la face du disque permettent la formation d'une pellicule d'air sous pression qui sépare désormais disque porteur et charge. Un tel dispositif supporte en toute sécurité, avec possibilité de rotation rapide, une charge maximale de 35 kg (soit une capacité spécifique de 0,8 kg/cm^2). L'intérêt de ce procédé réside dans la possibilité d'étager les disques porteurs et ainsi de supporter des poids considérables avec de faibles frottements ; les difficultés technologiques sont annulées par l'adaptation automatique des jeux.

C. 1. 9 - Conclusions.

L'examen de l'ensemble des résultats montre que les forces de pression s'exerçant sur chaque disque sont répulsives (supérieures à la pression ambiante) dans certaines régions de la butée et attractives (inférieures à la pression ambiante) dans d'autres. Lorsqu'on obtient une valeur d'équilibre, correspondant à la résultante de ces forces, la butée fonctionne dans de bonnes conditions de stabilité.

Calcul des constantes : Nous proposons une valeur numérique de k' égale à 4, valable pour des intervalles $h < 10^{-2}$ cm ; ce choix donne des valeurs de constantes pour lesquelles les résultats calculés sont en bon accord avec l'expérience ; il signifie l'existence d'un écoulement dont la répartition de vitesse est voisine de la loi parabolique.

Répartitions des pressions.

En régime statique.

Avec un régime d'écoulement subsonique entre les disques, la pente de la courbe de distribution croît à la section de sortie en même temps que le débit ; suivant le rayon, la pression décroît régulièrement jusqu'à la valeur ambiante à la périphérie du disque. Les résultats obtenus par application de l'hypothèse de l'écoulement laminaire concordent avec l'expérience pour toutes les valeurs du nombre de Reynolds inférieures au nombre critique $R_c = 500$, au-dessus duquel l'écoulement devient vraisemblablement turbulent, rendant ainsi inutilisables les constantes précédemment déterminées.

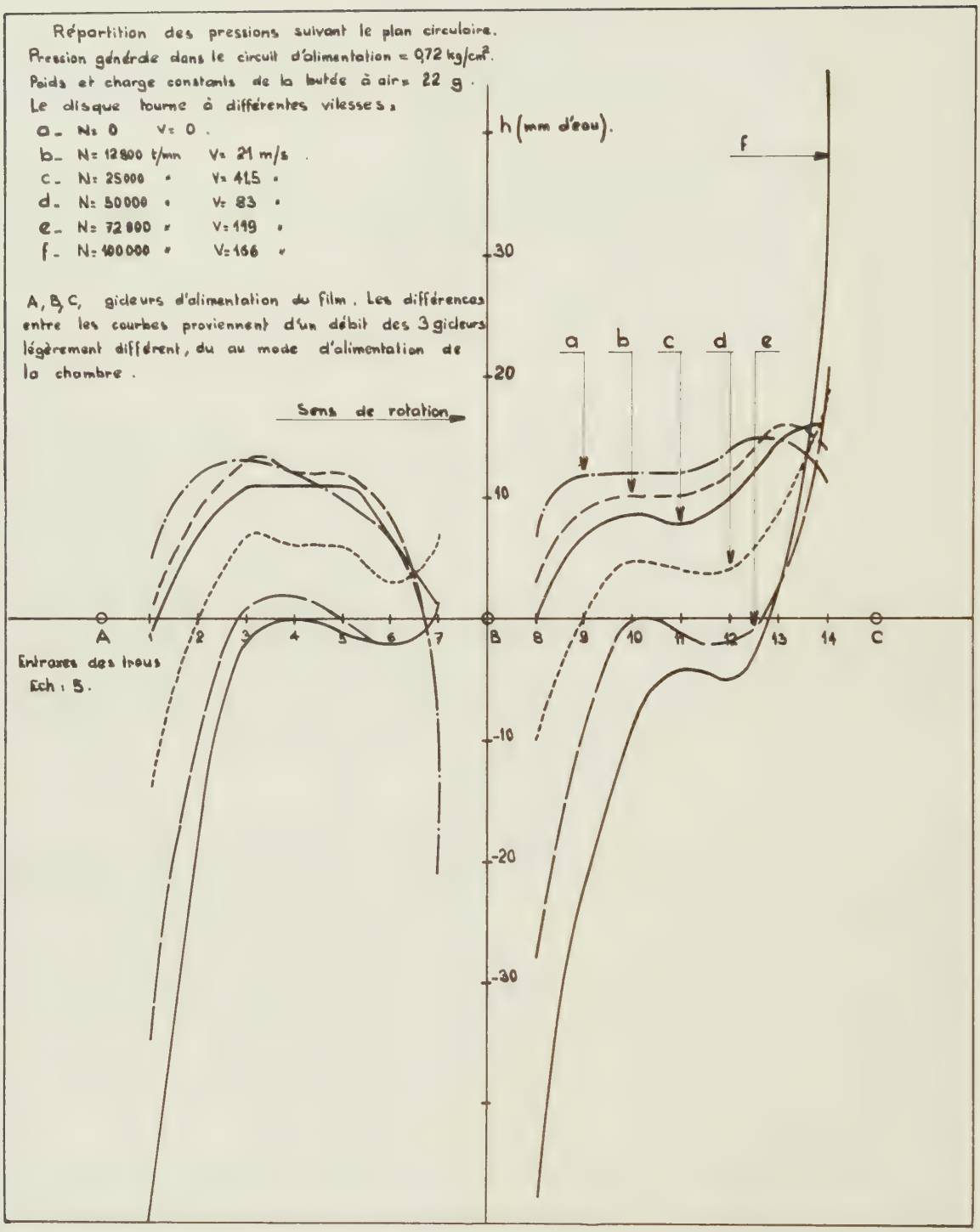

Répartition des pressions suivant le plan circulaire.
Pression générale dans le circuit d'alimentation = 0,72 kg/cm².
Poids et charge constants de la buée à air = 22 g.
Le disque tourne à différentes vitesses :
a - N = 0 V = 0 .
b - N = 12800 t/mn V = 21 m/s .
c - N = 25000 " V = 41,5 "
d - N = 50000 " V = 83 "
e - N = 72800 " V = 119 "
f - N = 100000 " V = 166 "
A, B, C, gicleurs d'alimentation du film. Les différences entre les courbes proviennent d'un débit des 3 gicleurs légèrement différent, du au mode d'alimentation de la chambre.
Sens de rotation
h (mm d'eau).
f
a b c d e
30
20
10
-10
-20
-30
A
B
C
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
Entraxes des trous
Ech : 5.

Fig. C-178.

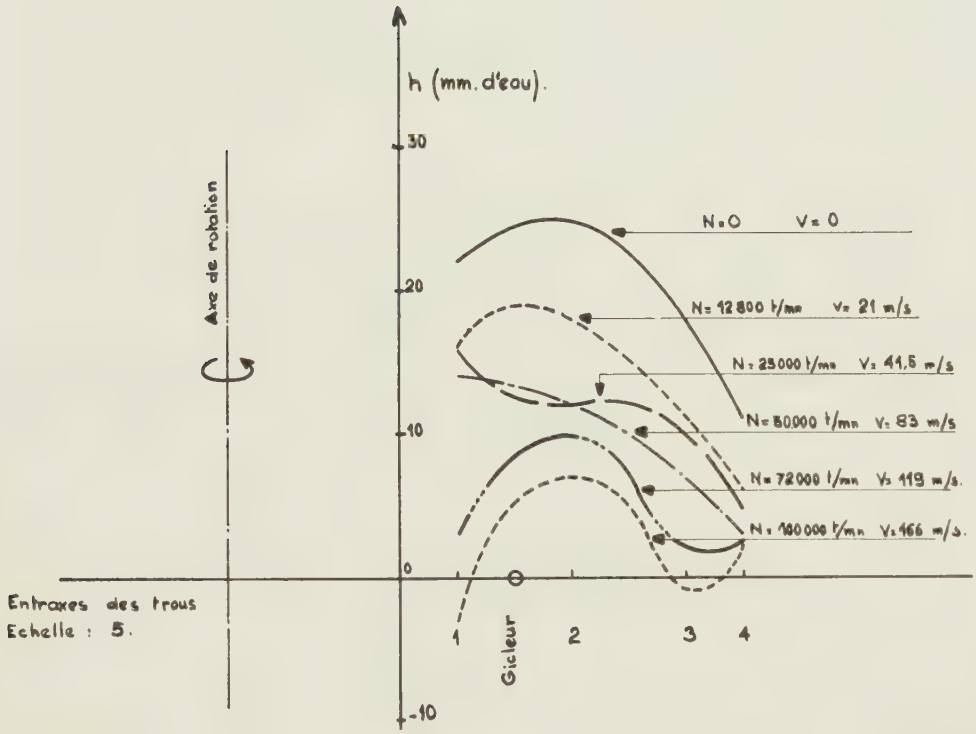


Fig. C-179 - Répartition des pressions suivant le plan radial. Disque tournant à différentes vitesses. Pression d'alimentation = 0,72 kg/cm^2 . Charge constante, p = 22 g.

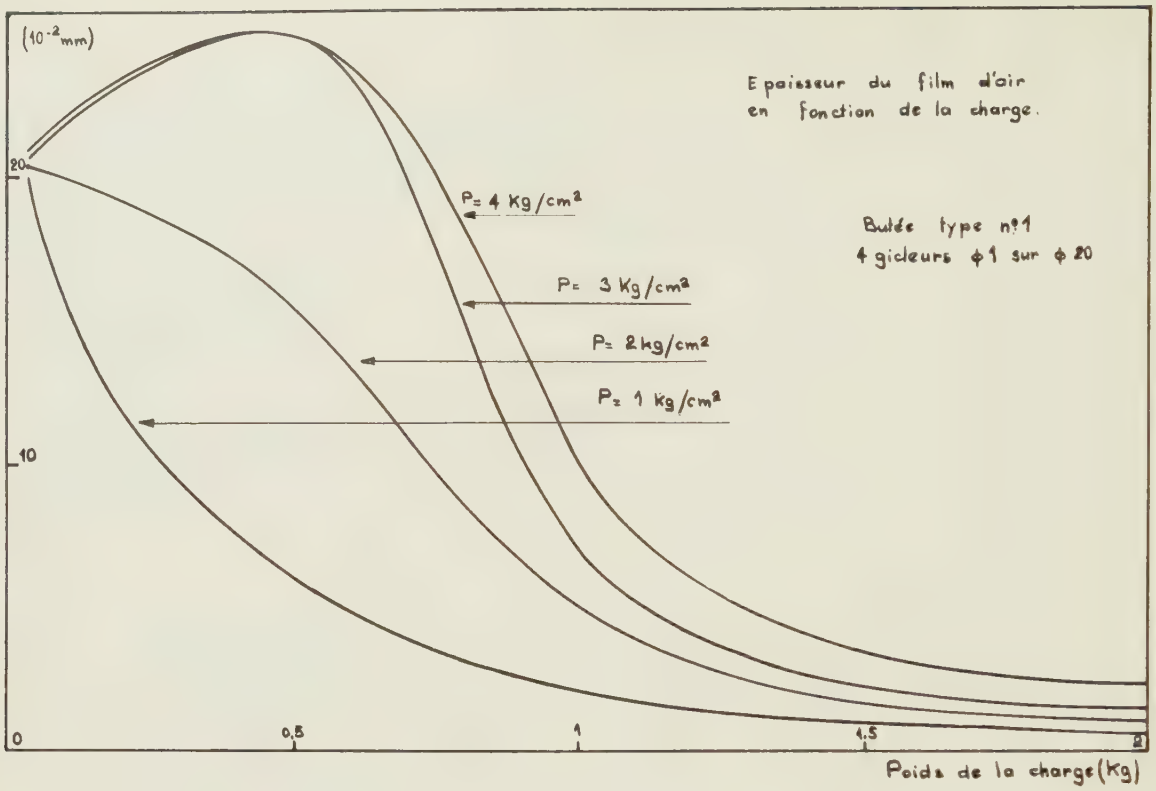


Fig. C-181.

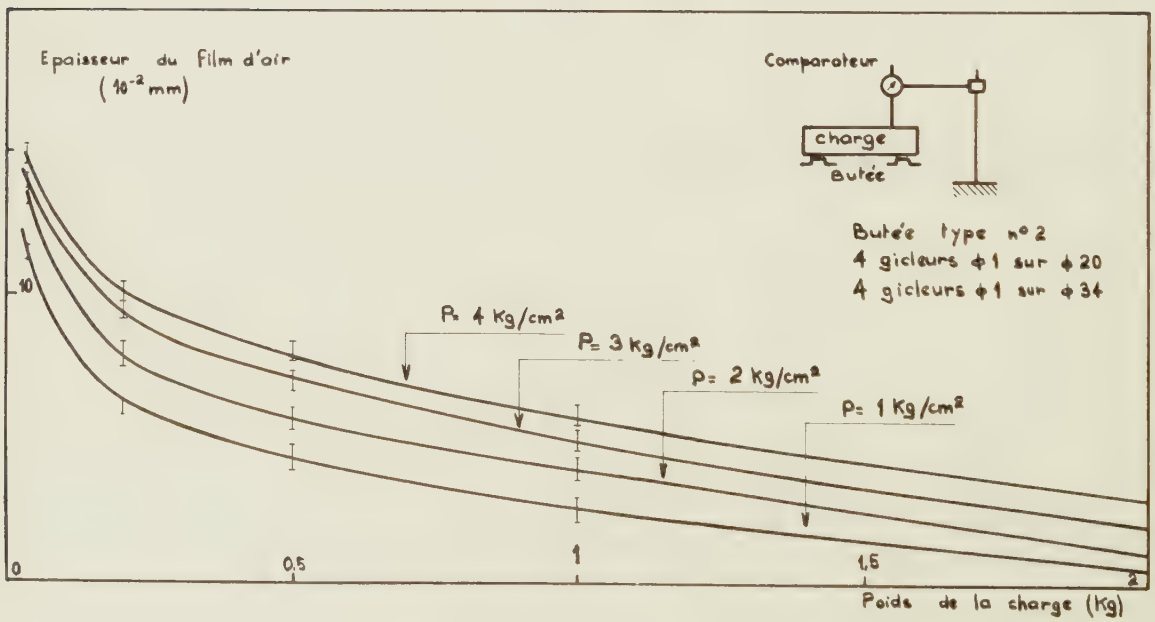


Fig. C-182.

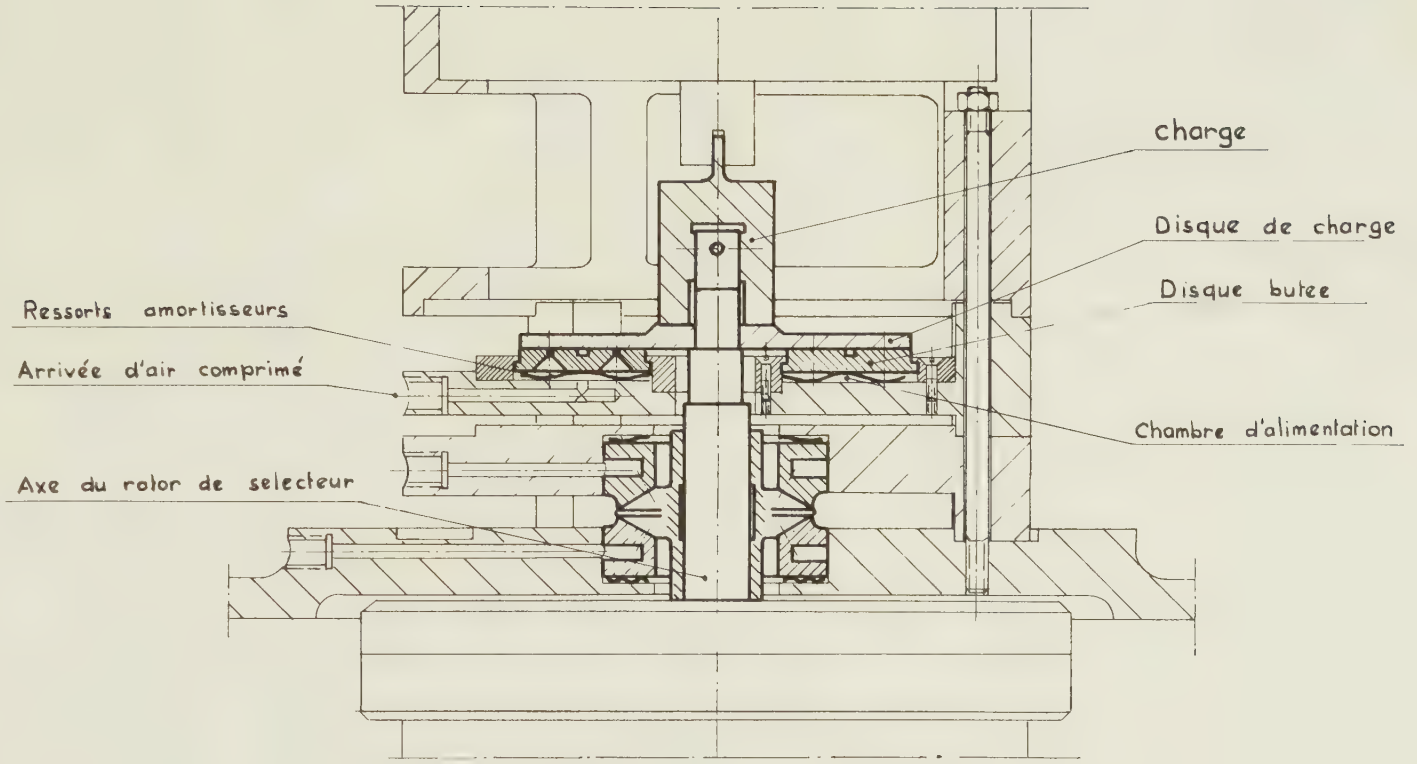


Fig. C-183 - Butée axiale pour rotors lourds.

Avec un écoulement à débit sonique, le pente de la courbe de distribution diminue au fur et à mesure que le débit augmente. La zone centrale des pressions négatives prend de plus en plus d'importance à mesure que s'élève le débit ; la partie aval de la conduite, où la loi théorique vérifie la distribution expérimentale de pression, devient de plus en plus étroite.

En régime dynamique.

Pour des vitesses périphériques n'excédant pas 40 m/s les courbes restent sensiblement identiques à celles qui ont été obtenues en régime statique ; au-delà de cette valeur les effets centrifuges produits par la face mobile deviennent importants ; ils ont pour conséquence :

- de déplacer les zones de pressions supérieures à la pression atmosphérique (film porteur).

- d'élargir les zones de pressions inférieures (attraction).

- de faire varier, conformément à la théorie, au voisinage de la section de sortie, la pente de la courbe avec même inversion de signe.

Pour des vitesses supérieures à 100 m/s, après une rapide modification de la répartition, le nouvel état d'équilibre constaté nous conduit à formuler les deux hypothèses suivantes :

- un écoulement, de caractéristiques turbulentes, prend naissance avec brusque accroissement des valeurs de pressions modifiant les conditions d'équilibre et faisant varier l'intervalle h.

- l'écoulement, tout en restant laminaire, possède, comme le suggère la récente publication de A. Comolet [C 191] une répartition des pressions variable en fonction de la vitesse et qui peut être perturbée par la formation d'une onde de choc.

Equilibre des charges.

Pour une pression d'injection déterminée et pour une charge constante la hauteur qui sépare les parois fixe et mobile une fois définie reste invariable.

Si l'on augmente la pression d'alimentation, les courbes de répartition de pressions relevées conservent la même forme et restent voisines ; on constate simplement une accentuation de la pente de la région proche du gicleur, ce qui assure une meilleure stabilité ; la variation du débit n'affecte pas la résultante des pressions pour un équilibre donné, par contre, en maintenant l'effort constant, l'augmentation de débit imposée par l'accroissement de la pression d'alimentation augmente quelque peu la distance qui sépare les deux parois.

Enfin, lorsque l'ensemble présente plusieurs axes de gicleurs, le débit augmente, l'équilibre des pressions conduit à un affaiblissement de l'épaisseur du film. L'ensemble acquiert de ce fait de la rigidité ; la stabilité et la continuité du film sont meilleures.

C.2 - CONDITIONS DE FROTTEMENT DANS LES PALIERS A AIR -

C.2.1 - Généralités sur les forces mises en jeu.

Les conditions de frottement des disques tournants dépendent, bien entendu, des procédés mis en oeuvre pour leur réalisation et leur montage, mais aussi en grande partie du régime d'écoulement des fluides visqueux dans lesquels ils tournent. Trois cas peuvent se présenter :

a) le disque tourne dans un fluide pratiquement au repos, s'étendant sans limites de part et d'autre du disque ; la couche fluide adjacente au disque est mise en rotation par le frottement et, sous l'influence des effets centrifuges qui se manifestent, s'écarte du bord extérieur du disque, faisant place à de nouvelles couches. Ce processus donne ainsi naissance à un écoulement continu.

b) le disque est situé dans une atmosphère limitée par une enceinte concentrique ; les couches mises en rotation, après avoir été chassées loin du disque, y reviennent avec une perte de vitesse due au contact des parois.

c) le disque est inséré entre deux parois fixes ; il est séparé des faces fixes par une mince pellicule fluide dont la continuité est assurée par un écoulement sous pression à débit constant. Les vitesses propres aux couches fluides se composent avec les vitesses périphériques du disque, les effets centrifuges peuvent créer par endroits un écoulement discontinu ou donner lieu à des conditions de frottement extrêmement différentes à mesure que varie la vitesse de rotation du disque.

En ce qui nous concerne nous avons plus particulièrement étudié ce dernier cas.

Le frottement d'une surface au contact d'un fluide se manifeste par une résistance au déplacement de la paroi mobile. Cette résistance par unité de surface est dénommée tension tangentielle τ ; elle est produite par le glissement des diverses couches fluides les unes sur les autres ; dans le cas d'un écoulement purement laminaire elle est donnée par l'expression de Newton $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ (1).

On désigne par :

ρ la masse spécifique du fluide.

u la vitesse moyenne d'écoulement dans une section déterminée du canal.

l la largeur intérieure d'un canal.

μ la viscosité dynamique du fluide.

ν la viscosité cinématique du fluide.

r le rayon du disque correspondant à la section étudiée.

ω la vitesse angulaire du disque.

Dans le cas d'un écoulement turbulent C 211 la tension tangentielle est donnée par l'expression de Nikuradse et Blasius :

$$\tau \text{ (paroi)} = K \rho \mu^2 \left(\frac{\nu}{uy}\right)^{1/4} \qquad (2)$$

Forces de freinage sur les disques tournants [C 212].

Considérons le disque placé dans un milieu infini tel qu'il est représenté sur la figure C 211. Supposons que la direction de l'écoulement sur le disque fasse un angle ϑ par rapport à la tangente.

La composante radiale de la tension a alors pour expression $\tau \sin \vartheta$; elle doit équilibrer l'action des forces centrifuges s'exerçant sur les couches entraînées dont la valeur est $\rho r \omega^2 \delta$. La composante tangentielle de cette même tension est donnée par la relation $\tau \cos \vartheta \simeq \frac{\mu r \omega}{\delta}$. Etant donné que l'on peut admettre pratiquement que ϑ est indépendant du rayon, il est possible de déterminer l'épaisseur de la couche intéressée soit $\delta \simeq \sqrt{\nu/\omega}$. Avec cette valeur de δ, la tension est donnée par $\tau \simeq \rho r \omega \sqrt{\nu \omega}$.

Afin de connaître le couple global de frottement, considérons un élément circulaire de largeur dr, situé à une distance r du centre du disque. Le couple total est proportionnel à la tension, à la surface et au bras de levier : $dM = -\tau 2\pi r \, dr \, r$.

Pour une face du disque au contact du fluide on a :

$$M = -2\pi \int_0^r \tau \, r^2 \, dr$$

et pour les deux faces le couple total de frottement sera donné par l'équation :

$$2M = k' \pi \rho \, r^4 \sqrt{\nu \, \omega^3}. \qquad (3)$$

D'après Cochran et v. Karman la constante est comprise entre les valeurs 0,6 et 0,7.

Au-delà d'une certaine valeur du nombre de Reynolds donnée par $R_e = r^2\omega/\nu$ l'écoulement peut être considéré comme turbulent. Dans le cas où la turbulence commence suffisamment près du centre, et où ϑ est égal à 45°, les relations précédentes s'écriront :

$$\tau \cos \vartheta \simeq \rho (r\omega)^{7/4} \left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{1/4}$$

$$\tau \sin \vartheta \simeq \rho r \omega^2 \delta \ ;$$

il en résulte pour δ la relation $\delta = r^{3/5} \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^{1/5}$.

D'après v. Karman le couple total dû aux frottements serait donné par :

$$2\,M = k'\,\rho\,r^5\omega^2\,(\nu/r^2\omega)^{1/5} \qquad (4)$$

avec 0,073 pour valeur de la constante.

Pour un ensemble mécanique donné, les vitesses périphériques peuvent varier dans de grandes proportions selon les utilisations. Les régimes de fonctionnement caractérisés par les nombres R_e suivent exactement ces variations.

Nous allons donc écrire une relation empirique qui tiendra compte de tous les régimes et dont le résultat numérique permettra de connaître les valeurs des frottements s'exerçant sur les faces frottantes du rotor.

Cette relation sera de la forme :

$$2\,M = K_1\,\rho\,r^4\,\sqrt{\nu\,\omega^3} + K_2\,\rho\,r^5\omega^2\,(\nu/r^2\omega)^{1/5} + K_3 \qquad (5)$$

A chacun des termes correspondent respectivement les divers cas d'écoulement laminaire et turbulent. La constante K_3 est imposée pour tenir compte des états transitoires au moment des démarrages et des arrêts (frottements solides).

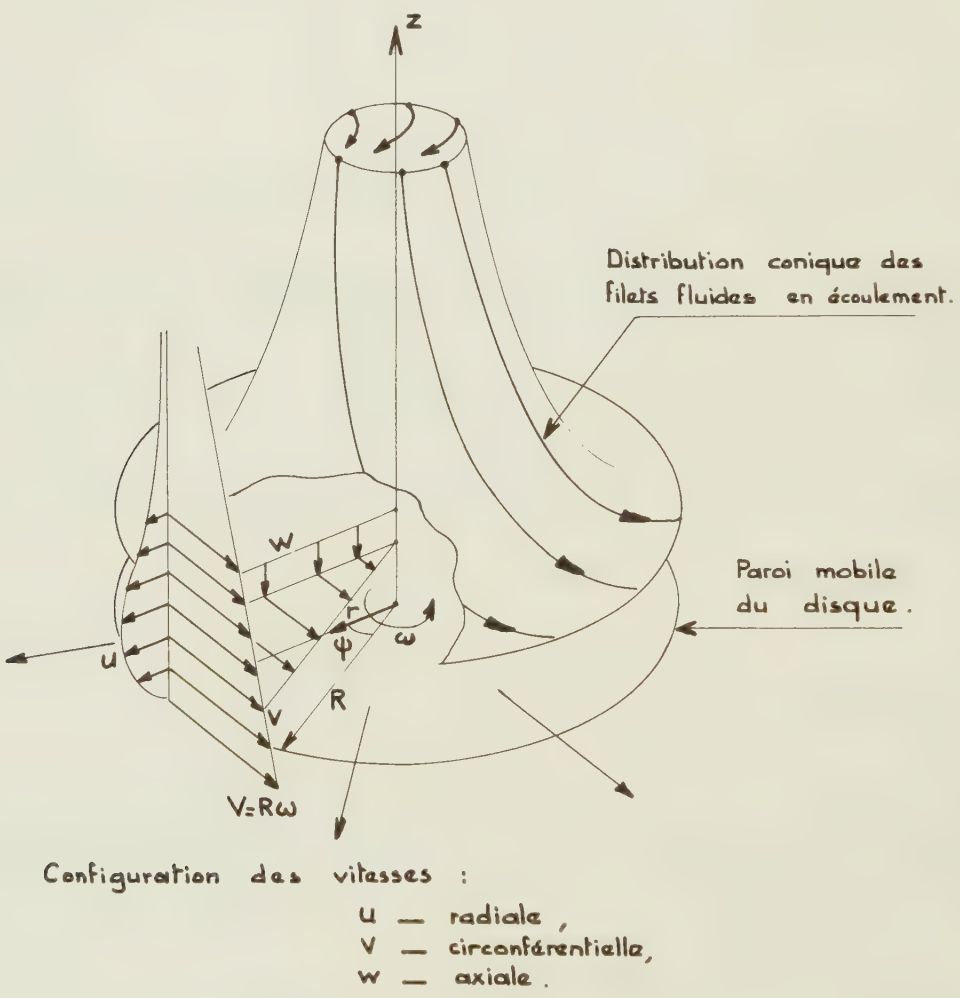


Fig. C-211 - Représentation de l'écoulement produit par un disque en rotation.

C. 2. 2 - Aperçu théorique dans le cas où le disque tourne entre deux parois fixes.

Ainsi que nous l'avions énoncé précédemment, c'est ce cas que nous avons plus particulièrement étudié. Le disque se trouve généralement placé dans un carter où la valeur de l'espace libre h entre parois fixe et mobile est faible par rapport au rayon du disque et inférieure à l'épaisseur de la couche limite.

L'écoulement étant laminaire, la variation de distribution des vitesses tangentielles est linéaire et la tension est de la forme $\tau = \frac{\mu r \omega}{h}$. Par suite la valeur des forces de frottement pour les deux faces du disque est donnée par :

$$2\ M = \frac{\pi\ \mu\ r^4\ \omega}{h} \tag{6}$$

Afin d'obtenir une relation qui permette de tenir compte de tous les phénomènes et soit ainsi semblable à celle que nous avons écrite au paragraphe précédent (relation 5), nous compléterons la relation (6) par la relation donnée par Zahm [C 221] pour les écoulements turbulents soit :

$$2\ M = 2\ K_2\ \pi\ r^2\ (r\ \omega)^2 \tag{7}$$

Dans ce cas, pour des écoulements mixtes variables, les couples C de frottement s'exerçant sur les deux faces du disque ont pour valeur :

$$C = \pi\ r^4 \omega \left(\frac{\mu K_1}{h} + K_2 \omega \right) + K_3 \tag{8}$$

Les constantes K_1, K_2 et K_3 dépendent des unités et du montage réalisé.

D'une manière moins empirique A. Comolet [C 222] [C 223] a étudié l'écoulement dans le cas des disques en rotation. A partir des considérations physiques propres aux écoulements laminaires il obtient, pour les couples des forces de frottement, une relation de la forme :

$$C = \frac{\pi\ r^4\ \omega}{h} \left[1 + \frac{3\ q\ h}{5\ \pi\ \mu\ r^2} \right] + \frac{\pi\ r^2\ \omega\ h}{30} K_c \tag{9}$$

dans laquelle le produit K_c n'est pas explicité ; il le considère toutefois comme dépendant de ω ; d'autre part, il tient compte du débit (q) du fluide en écoulement autour du disque.

Cette relation indique que le moment du couple de frottement varie proportionnellement avec la vitesse angulaire et avec le débit fluide circulant autour du disque.

C. 2. 3 - Etude expérimentale.

Nous avons procédé à diverses expériences, afin de vérifier ou de définir les limites d'emploi des relations que nous venons d'énoncer.

Dans ce but, nous avons étudié un appareil permettant d'atteindre des vitesses périphériques élevées (plusieurs centaines de mètres par seconde) afin de pouvoir déceler de quelle façon se comporte le frottement et de connaître sa loi de variation avec la vitesse. Nous avons d'abord observé le ralentissement du rotor, après lui avoir enlevé toute source d'énergie motrice, les forces de frottement agissant seules et s'opposant à l'énergie emmagasinée par le rotor au cours de sa rotation. A tout instant la relation dynamique est :

$$I \frac{d\omega}{dt} + C = 0 \tag{10}$$

où I représente le mouvement d'inertie du rotor.

ω " la vitesse angulaire.

t " le temps de ralentissement.

C " les couples de freinage.

Deux méthodes peuvent être utilisées pour l'analyse des phénomènes observés :

Première méthode d'analyse.

On compare les couples de frottement donnés par $I \frac{d\omega}{dt}$ à ceux que donne la formule (8), après avoir déterminé les valeurs des constantes K_1, K_2, K_3 au moyen de quelques valeurs numériques relevées arbitrairement sur la courbe de ralentissement. Il en résulte une fonction de la forme $y = a\omega^2 + b\omega + C$ avec $y = I \frac{d\omega}{dt}$ dont les coefficients a, b, c, sont propres au montage mécanique étudié.

L'intégrale de cette fonction nous permet de connaître la valeur totale du temps de ralentissement ; elle est donnée par :

$$T = \frac{2\,I}{\sqrt{\Delta}} \operatorname{tg} \frac{2\,a\omega + b}{\sqrt{\Delta}} \quad \text{avec } \Delta = 4\,ac - b^2 \tag{11}$$

Pour des montages analogues, mais dont l'inertie des rotors varie, si la formule empirique citée précédemment est valable, les calculs des temps T doivent correspondre aux valeurs relevées expérimentalement.

Une forme particulière des courbes de frottement peut être donnée par l'étude de l'expression :

$$I \frac{d\omega}{dt}\ \omega = a\omega + b + \frac{c}{\omega} \tag{12}$$

dont la dimension est celle d'un moment de quantité de mouvement ; cette expression représente effectivement le taux de variation du moment de la quantité de mouvement par rapport à l'axe de rotation.

Pour une vitesse particulière ω, la courbe obtenue présente un minimum (dû au terme c/ω). Physiquement cette courbe correspond à l'existence de frottements parasites (partie gauche de la courbe, période de démarrage). Ces frottements diminuent rapidement avec l'accroissement de la vitesse tandis qu'à droite du minimum apparaît un régime de frottement croissant proportionnellement avec la vitesse, ce qui laisse supposer que les forces mises en jeu conservent une valeur sensiblement constante.

En fonction de la période T, sachant que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, on peut écrire $I \frac{d\omega}{dt}\ \omega = \frac{I}{T} \frac{dT}{dt}$. Sous cette forme le moment de la quantité de mouvement devient fonction de la variation $\frac{dT}{dt}$.

Deuxième méthode.

L'étude des moments de frottement pour un disque placé dans un fluide en écoulement continu laminaire nous donne :

$$2\,M = K_1 \rho\, r^5 \sqrt{\nu\, \omega^3}.$$

Il est commode d'apporter à cette relation une transformation d'écriture permettant de définir un coefficient de couple sans dimensions de la forme :

$$C_m = \frac{2\,M}{\frac{1}{2}\,\rho\,\omega^2\,r^5} \quad \text{avec} \quad M = I \frac{d\omega}{dt}$$

Comolet, dans son étude, utilise ce coefficient de couple et écrit avec l'équation de dynamique

$$C_m = \frac{2\,I}{\pi\,\rho\,r^5} \frac{dT}{dt} \tag{13}$$

Pour que la théorie énoncée soit confirmée, on doit trouver que la période vérifie une relation expérimentale de la forme :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha\ T + \beta \tag{14}$$

Il en résulte pour C_m l'expression :

$$C_m = \frac{4\ I\ \alpha}{r^3\ \mu\ R_e} + \frac{2\ I\ \beta}{\pi\ \rho\ r^5} \quad \text{avec} \quad R_e = \frac{r^2\ \omega}{\nu} \tag{15}$$

valable pour les deux faces du disque. Elle confirme la théorie qui onne la relation :

$$C_m = \frac{\pi\ r}{h}\left(1 + \frac{6}{5} R'_e \frac{h}{r}\right)\frac{1}{R_e} + \frac{\pi\ h\ K}{30\ \rho\ \omega\ r^3} \quad \text{avec} \quad R'_e = uh/\nu\ . \tag{16}$$

La loi de ralentissement obtenue par l'intégration de l'équation (14) est donnée par :

$$T + t_o = (T_o + t_o)\ e^{\alpha t} \quad \text{avec} \quad t_o = \beta/\alpha \tag{17}$$

C. 2. 4 - Appareillage expérimental. Principe.

Les appareils utilisés doivent être capables de supporter les poussées axiales, de définir la position radiale et de contrôler à chaque instant les variations d'épaisseur du film gazeux.

Compte tenu des renseignements que nous a fournis précédemment l'étude de la répartition des pressions dans le film d'air, dans un premier cas, la poussée axiale est compensée par une butée plane et la position du mobile suivant le plan radial est assurée par deux butées coniques dont les faces inclinées définissent les limites d'un rotor. L'angle au sommet de ces butées coniques est choisi égal à 120° et, les butées sont placées librement dans l'alésage du bâti suivant le plan axial. Elles reposent sur des ressorts dont le rôle est de maintenir l'état d'équilibre du film, en dépit des variations provoquées par la vitesse de rotation. Ce procédé (brevet PV 848143) d'utilisation extrêmement souple n'exige pas des usinages comportant des tolérances très faibles ; il rend ainsi l'appareil très facilement réalisable.

Les détails de ce montage sont représentés en coupe figure C 241.

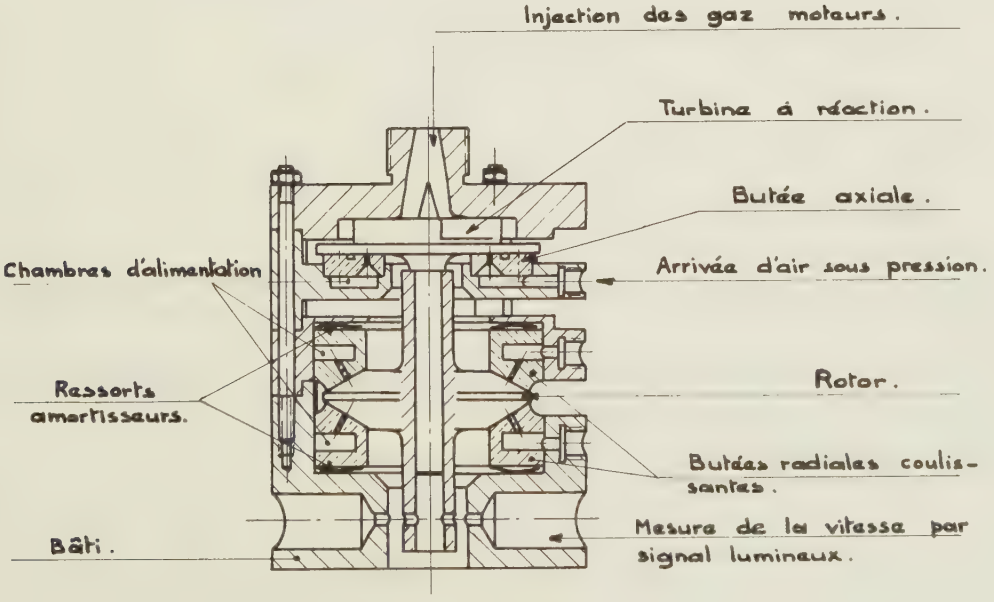


Fig. C-241 - Coupe du palier avec séparation des efforts radiaux et axiaux.

Dans un second cas, le rotor se présente sous forme d'un cylindre à extrêmités coniques comportant au centre la turbine à réaction. Le rotor est placé entre deux butées coniques métalliques placées librement dans l'alésage du bâti et reposant également sur des ressorts qui maintiennent l'état d'équilibre du film quelle que soit la vitesse périphérique.

La figure C 242 donne le détail de ce montage.

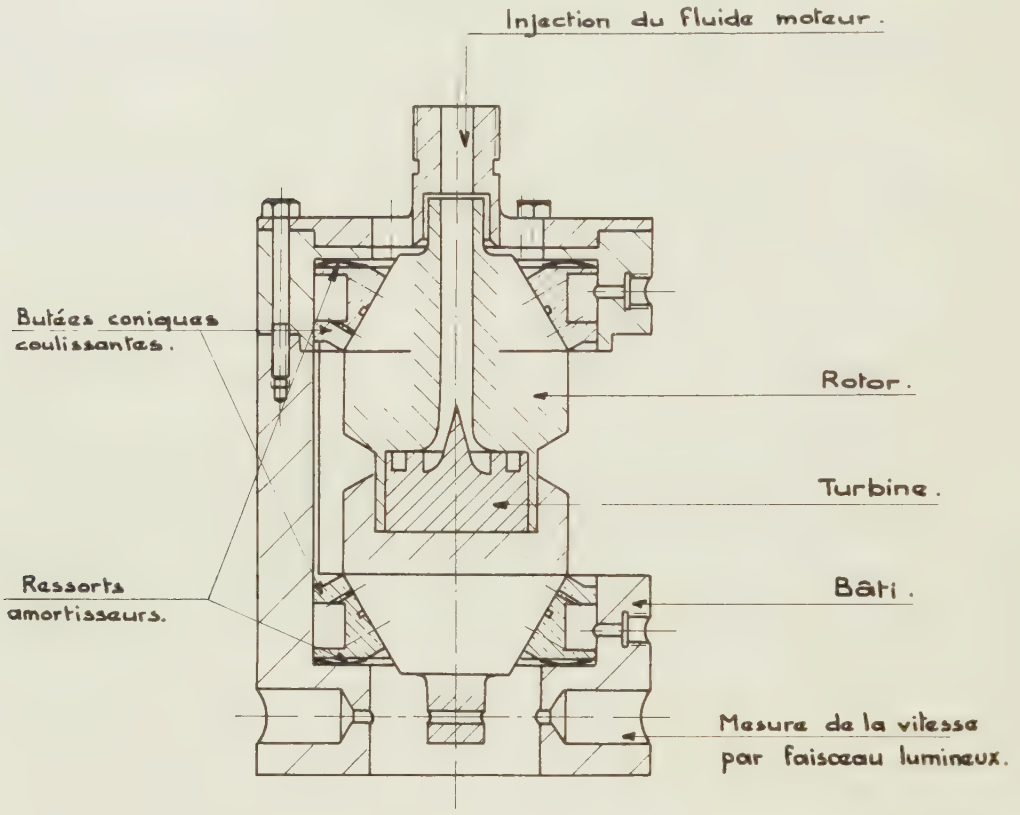


Fig. C-242 - Rotor rapide sur butées coniques.

C. 2. 5 - Résultats obtenus.

- Premier cas.

Deux séries d'expériences ont été faites avec le premier appareil décrit au paragraphe précédent : l'une avec un rotor en acier pesant 100 g, l'autre avec un rotor en duralumin pesant 50 g.

Sous l'effet des gaz moteurs le rotor de la turbine atteint une vitesse de 235 000 t/mn, la vitesse périphérique de l'ensemble étant alors de 490 m/s. L'énergie emmagasinée dans le mobile permet, en l'absence de fluide moteur, un arrêt en 83 secondes avec le premier rotor (100 g) et en 45 secondes avec le second (50 g).

Les courbes de décroissance (figure C 251) nous permettent de calculer la valeur du ralentissement pour chacune des vitesses atteintes et de tracer une courbe commune $I \frac{d\omega}{dt} = f(\omega)$ représentée figure C 252. Cette courbe a pour équation $y = 12,5.10^{-4}\ \omega^2 + \omega + 0,8.10^{-4}$; compte tenu des trois faces de frottement, les constantes K_1, K_2 et K_3 de la relation (8) ont donc respectivement pour valeur 0,74 ; 8.10^{-6} et $0,26.10^{-4}$.

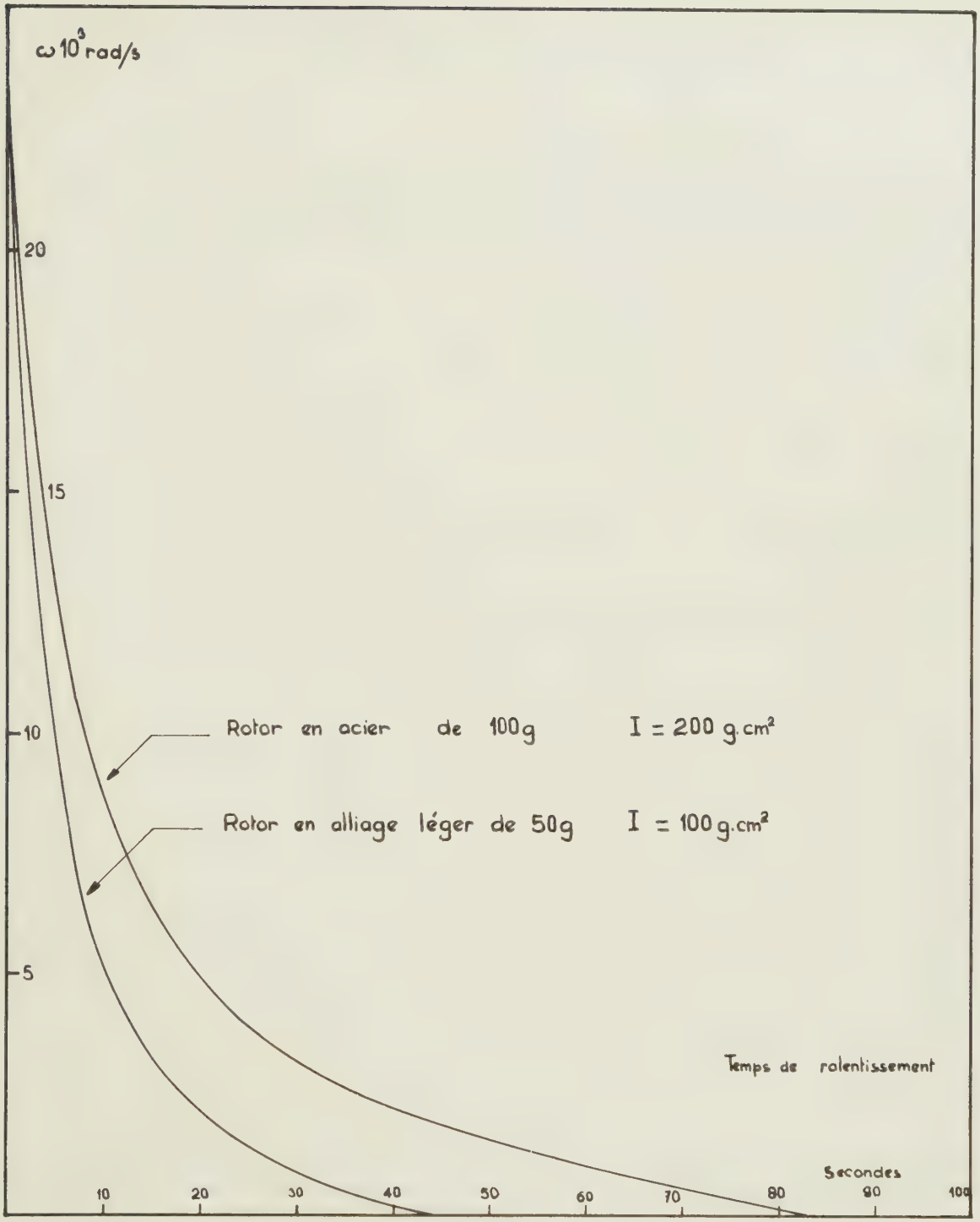

ω 10³ rad/s
20
15
10
5
Rotor en acier de 100g I = 200 g.cm²
Rotor en alliage léger de 50g I = 100 g.cm²
Temps de ralentissement
Secondes
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

Fig. C-251.

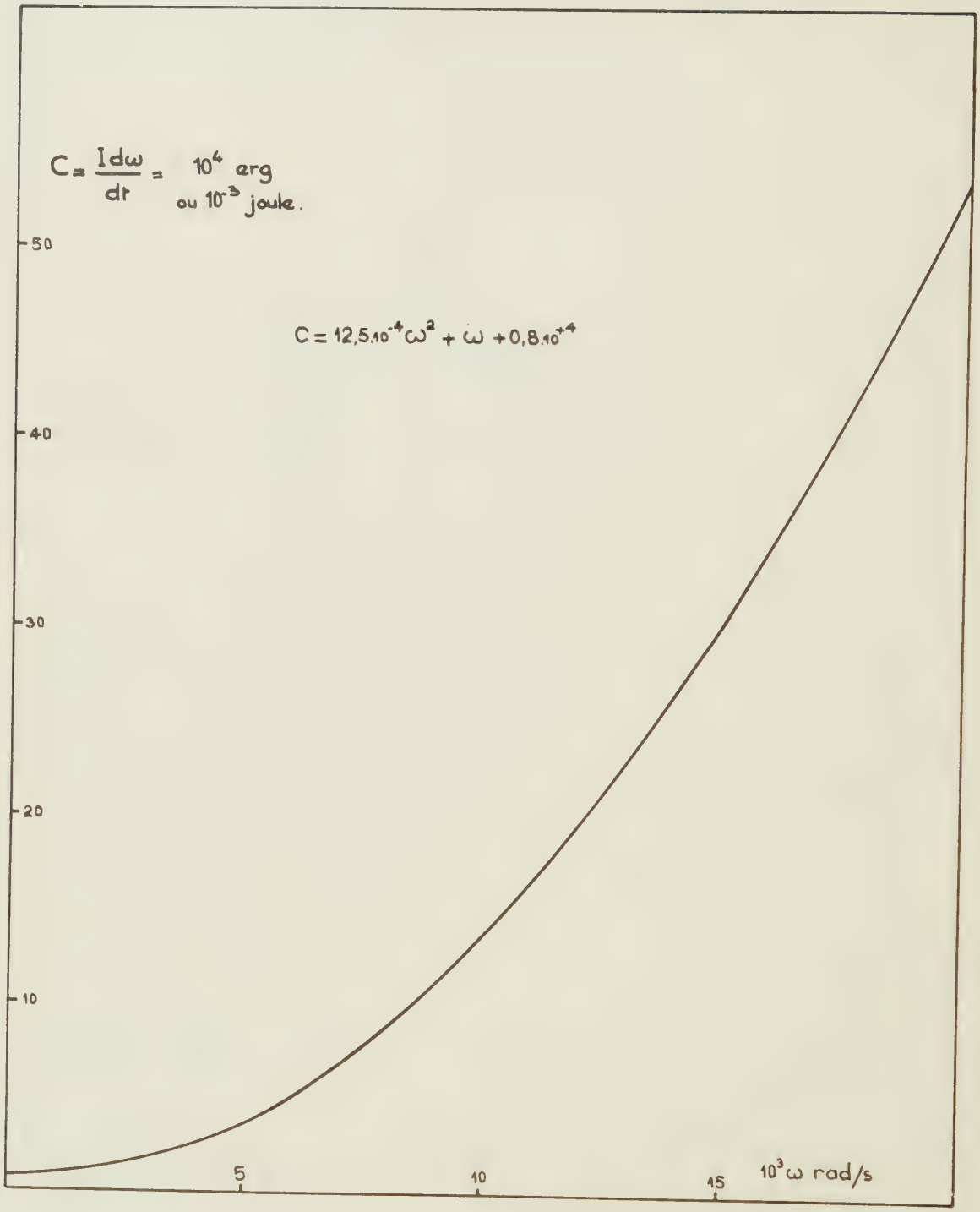

C = Idω/dt = 10^4 erg
ou 10^-3 joule.
C = 12,5.10^-4 ω^2 + ω + 0,8.10^+4
50
40
30
20
10
5
10
15
10^3 ω rad/s

Fig. C-252

La courbe de frottement déterminée par la relation (12) est représentée sur la figure C 253. On peut y remarquer la présence d'un minimum au-delà duquel la variation devient linéaire. D'autre part la figure C 254 donne la variation de $\frac{dT}{dt}$ en fonction de la période ; on y aperçoit une variation linéaire avec un changement de pente pour une période de 5.10^{-3} s. Cette cassure correspond à une modification des conditions physiques du palier que nous commenterons au paragraphe C. 2. 8.

- Deuxième cas.

A l'aide du second appareillage décrit au paragraphe 2. 3., nous avons fait deux nouvelles séries d'expériences afin de préciser les résultats rapportés aux paragraphes précédents, de vérifier si les relations établies par A. Comolet, pour les disques plans, sont applicables à des écoulements forcés centrifuges plus complexes et de définir au besoin les limites d'utilisation de ces relations (C 251).

On utilise également deux rotors : l'un en acier pesant 550 g, l'autre en duralumin pesant 200 g.

Les résultats exposés tiennent compte des inerties des rotors ainsi que des débits gazeux dans le film fluide. On mesure le débit fluide au moyen d'un diaphragme placé dans le circuit alimentant en air comprimé les gicleurs des coussinets.

Le rapport des pressions relevées en aval et en amont permet de vérifier que l'écoulement à travers le diaphragme débitmètre s'effectue bien en régime sonique.

Comme dans le cas précédent, on obtient pour chaque rotor, en mesurant le temps de ralentissement, une courbe $\omega = f(t)$ à partir de laquelle on peut tracer une seconde courbe donnant le ralentissement du rotor en fonction de sa vitesse. Il en résulte, pour chaque rotor, la fonction $I\frac{d\omega}{dt} = f(\omega)$. On constate bien qu'à chaque valeur de ω correspond une même valeur de $I\frac{d\omega}{dt}$, ce qui permet de donner (figure C 255) une courbe commune correspondant à la relation :

$$I\frac{d\omega}{dt} = 10^{-3}\omega^2 + 5\omega + 1,05.10^4.$$

Grâce à cette fonction, nous pouvons calculer le temps de ralentissement en utilisant la relation (11) et déterminer les valeurs des constantes K_1, K_2 et K_3 soit : rotor en acier : $I = 1100$ g. cm^2; $T_{exp} = 760$ s ; $T_{calc} = 750$ s : rotor en duralumin : $I = 400$ g. cm^2 ; $T_{exp} = 277$ s ; $T_{calc} = 274$ s, et

$$K_1 = 0,55 \qquad K_2 = 10.10^{-6} \qquad K_3 = 0,52.10^4$$

Ces résultats sont proches de ceux obtenus avec l'appareil précédent.

Examinons plus en détail les résultats acquis au moyen de la seconde méthode d'analyse décrite au paragraphe 2. 3.

Les courbes correspondant à la variation de la période relevée au cours du temps de ralentissement sont données sur la figure C 256. A partir de ces courbes on a pu tracer les courbes $\frac{dT}{dt} = f(T)$ portées sur la figure C 257, où l'on aperçoit, dans certaines limites, la variation linéaire :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha T + \beta$$

où α et β sont des constantes dépendant du débit fluide.

On retrouve sur ces dernières courbes le changement de pente que nous avions observé avec le premier appareil.

Les courbes a, b, et c correspondent respectivement aux résultats acquis avec :

a) - rotor acier, débit d'air sur les coussinets, rapporté à la pression atmosphérique : 1,04 dm^3/s à la température de 15°C.

b) - rotor duralumin, même débit d'air sur les coussinets.

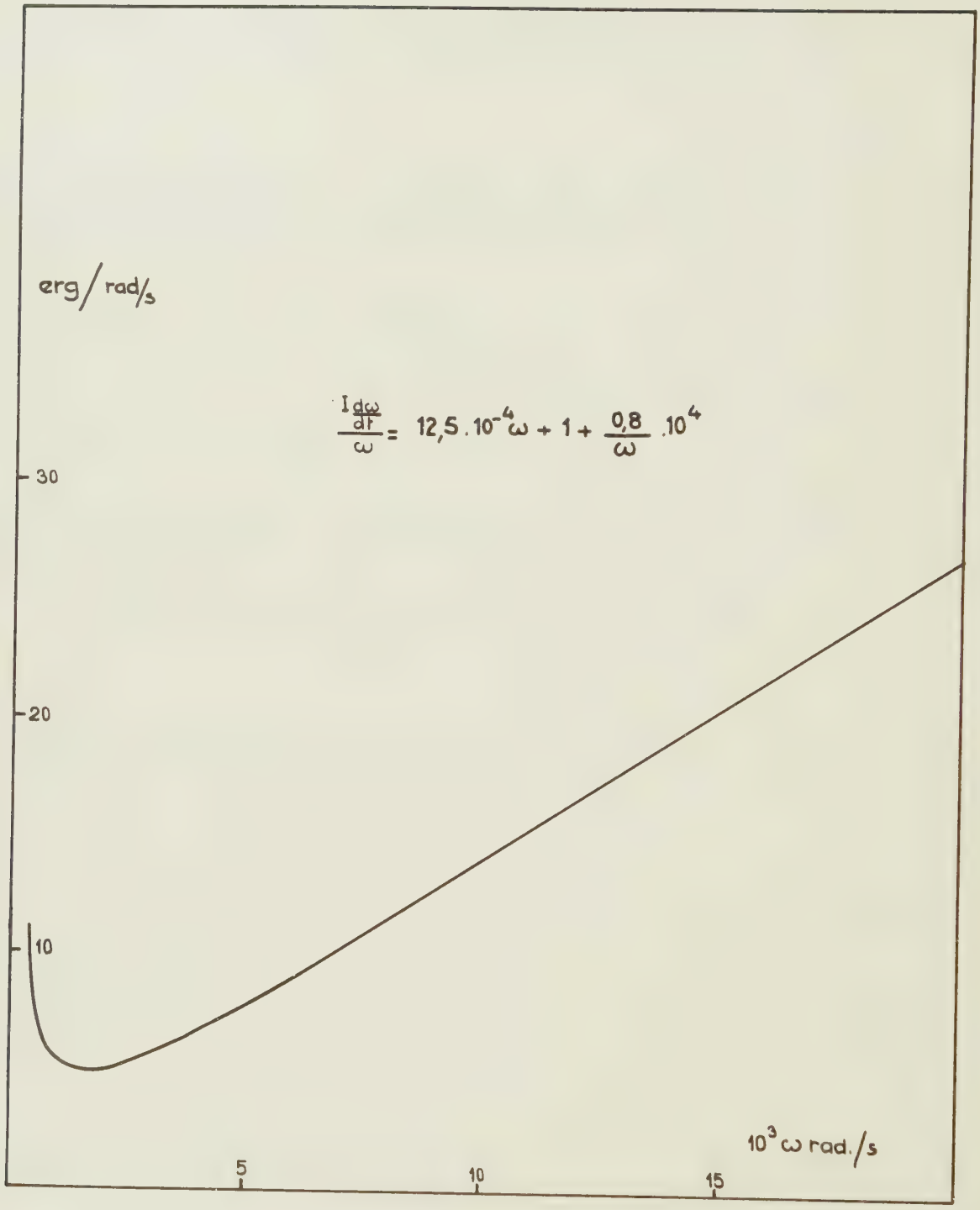

erg/rad/s
$\frac{I\frac{d\omega}{dt}}{\omega} = 12{,}5 \cdot 10^{-4}\omega + 1 + \frac{0{,}8}{\omega} \cdot 10^{4}$
30
20
10
10^3 ω rad./s
5
10
15

Fig. C-253

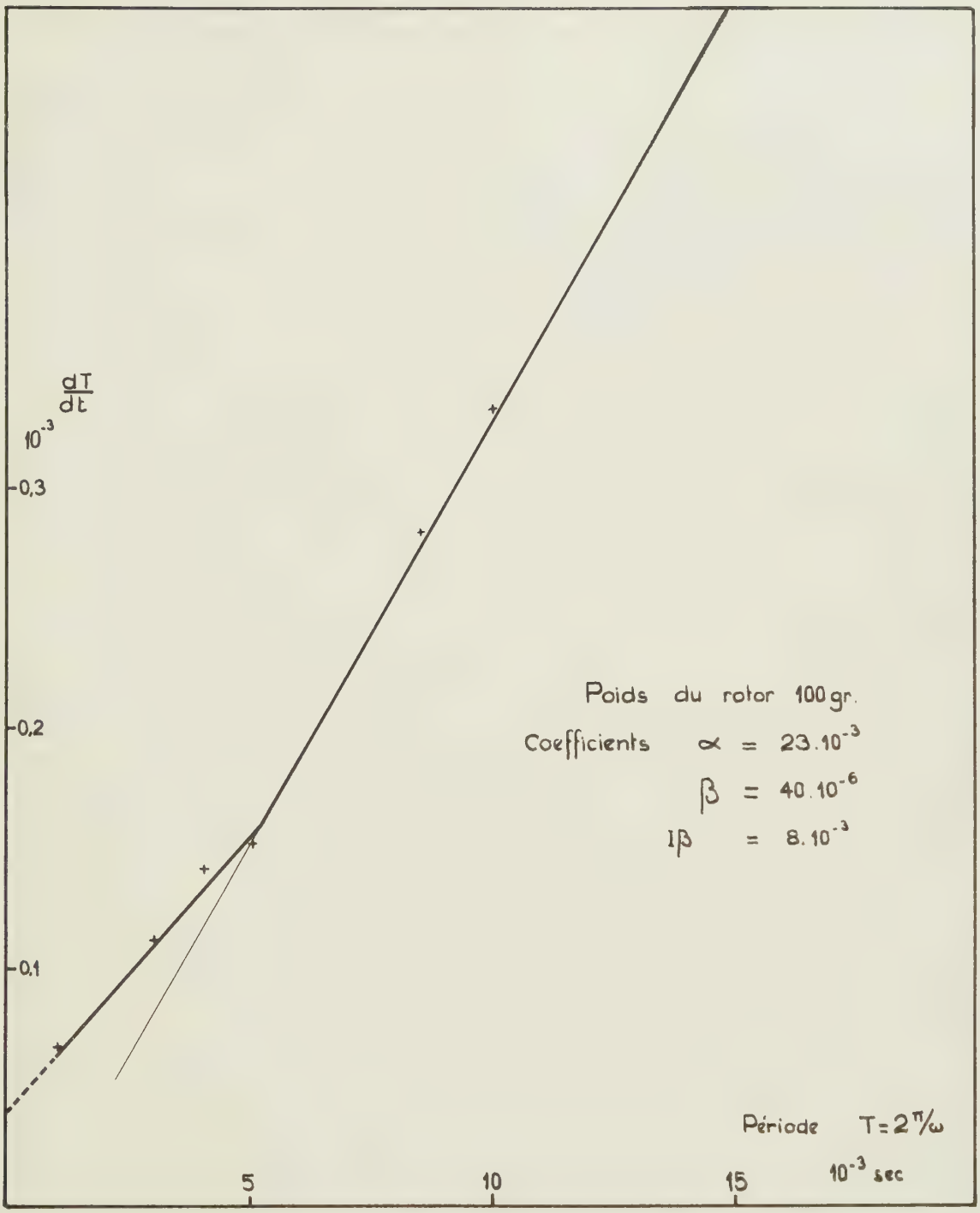


Fig. C-254 - Courbe $\frac{dT}{dt} = \alpha T + \beta$ pour appareil à 3 faces de frottement.

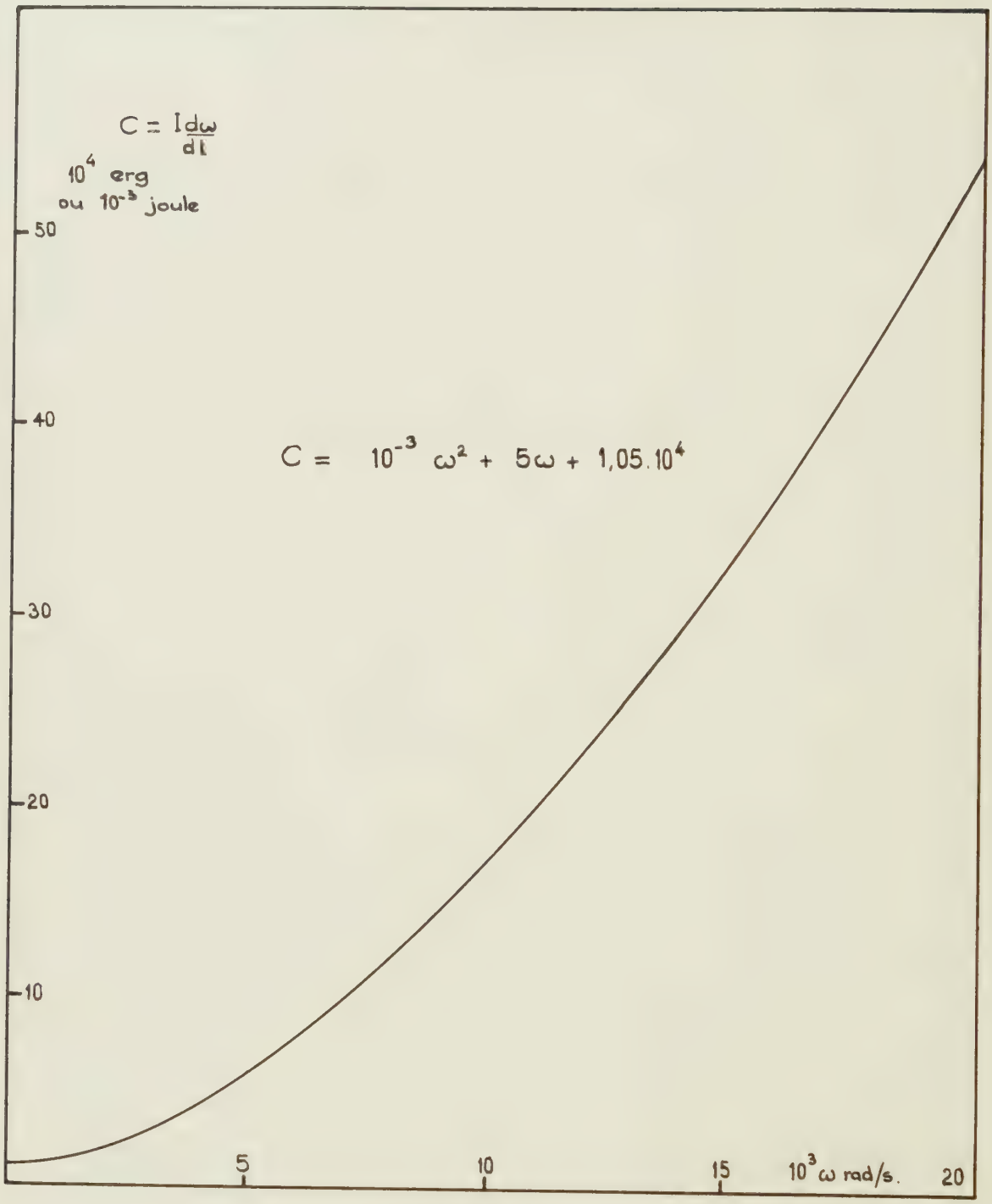

C = I dω/dt
10^4 erg
ou 10^-3 joule
50
40
30
20
10
C = 10^-3 ω^2 + 5ω + 1,05.10^4
5
10
15
10^3 ω rad/s.
20

Fig. C-255.

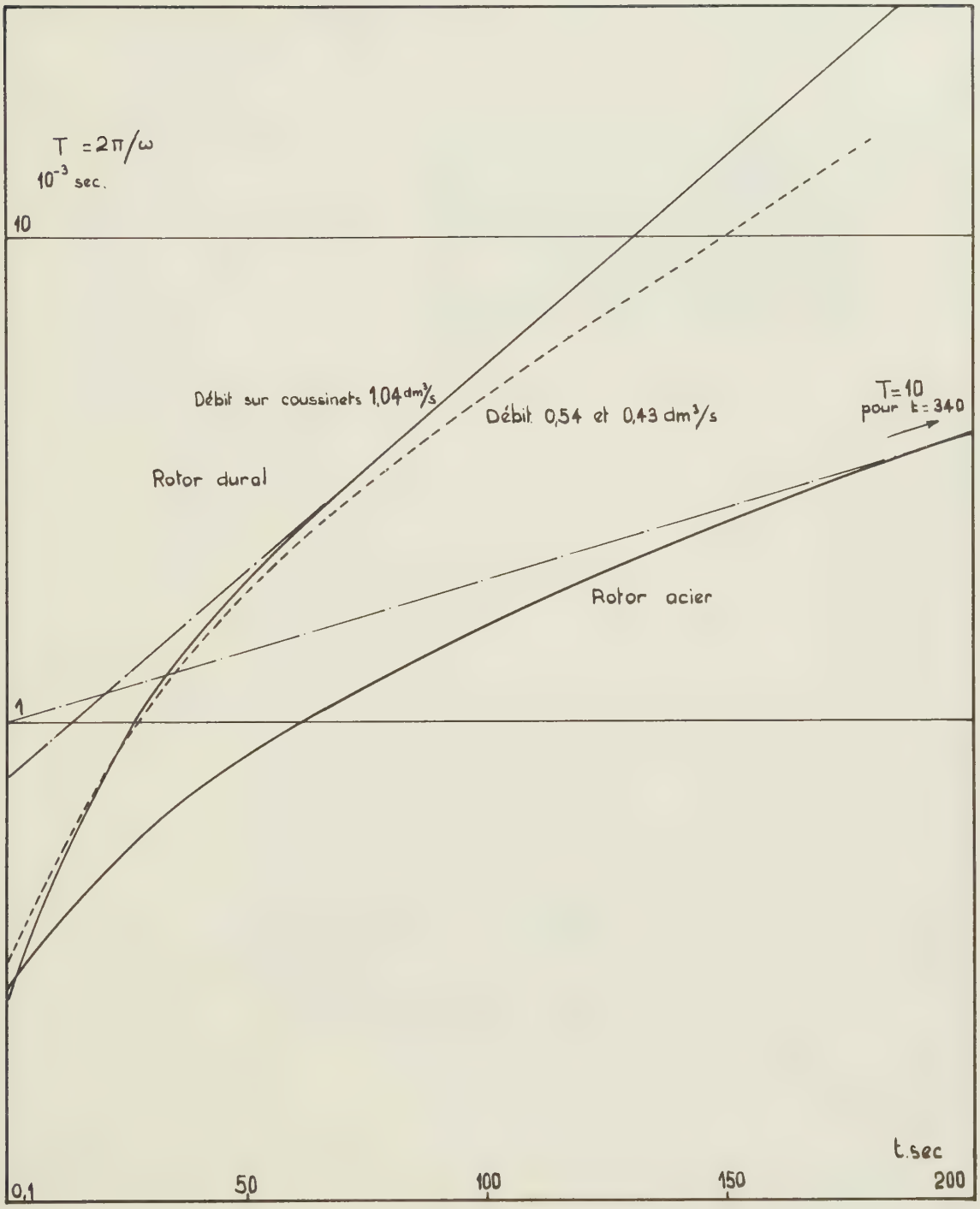

T = 2π/ω
10⁻³ sec.
10
1
0,1
50
100
150
200
t.sec
Débit sur coussinets 1,04 dm³/s
Débit 0,54 et 0,43 dm³/s
T=10
pour t = 340
Rotor dural
Rotor acier

Fig. C-256.

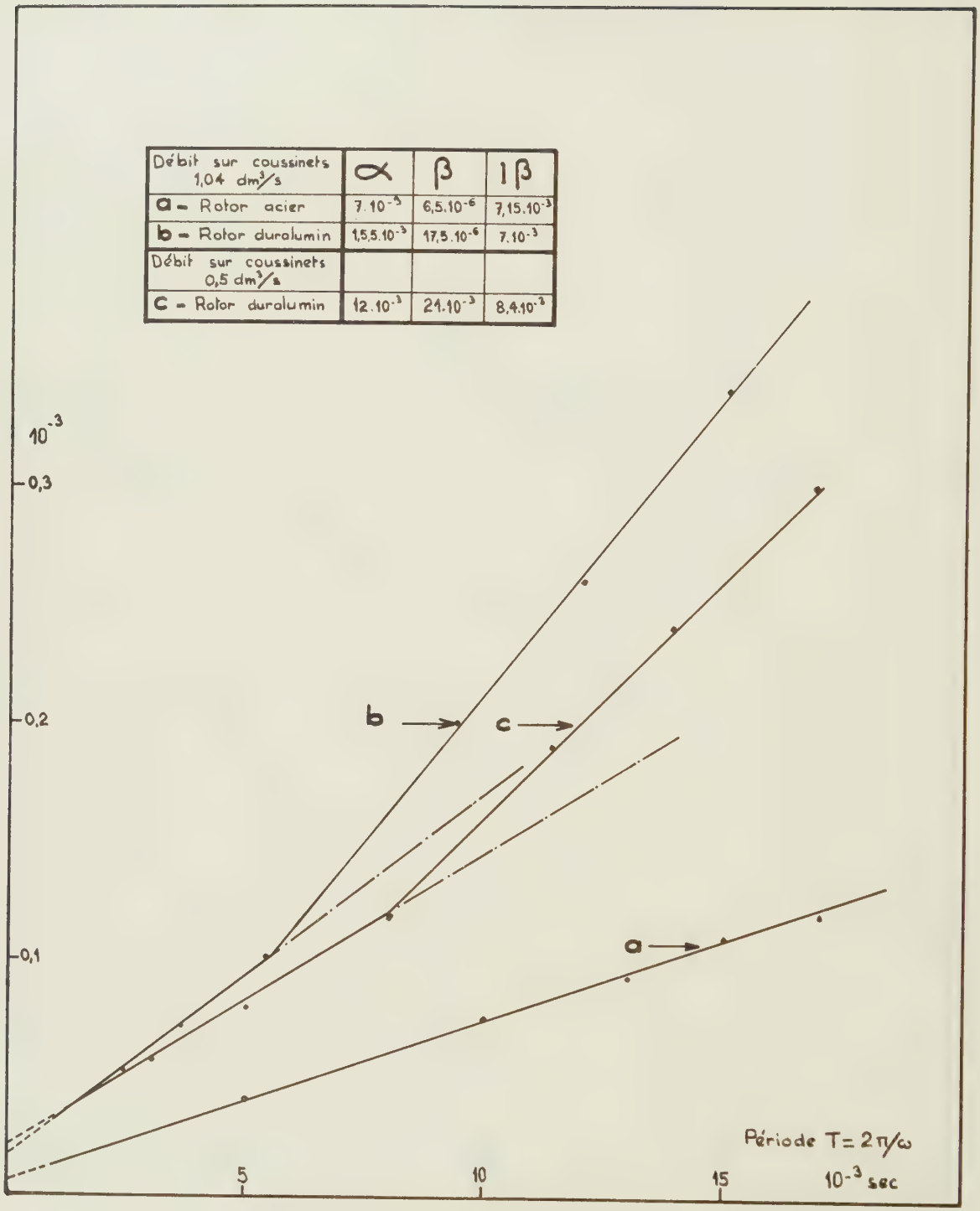
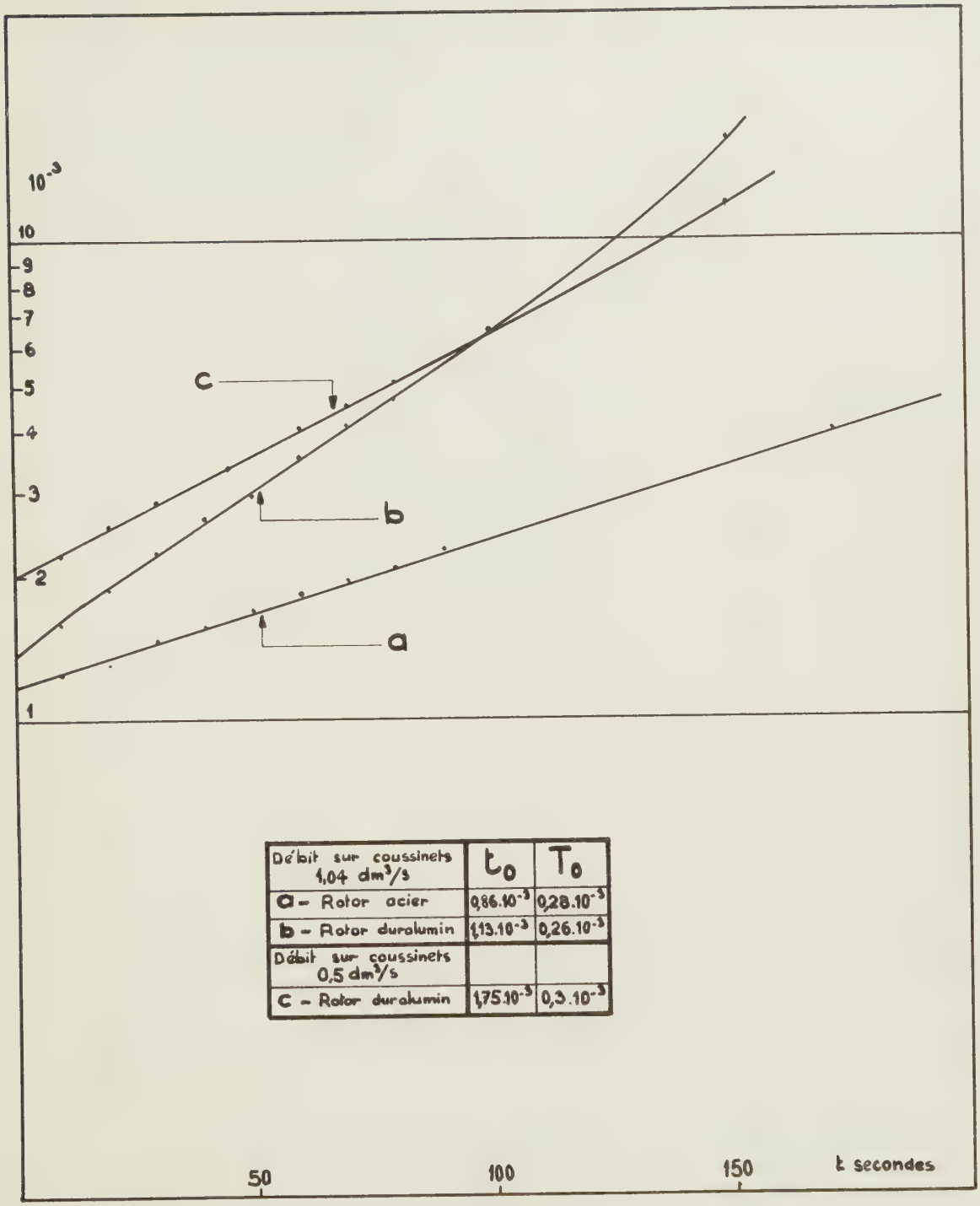


Fig. C-257 - Courbe $\frac{dT}{dt} = \alpha T + \beta$ pour 2 rotors portés par 2 butées coniques.



Débit sur coussinets 1,04 dm³/s	t_0	T_0
a - Rotor acier	$0{,}86.10^{-3}$	$0{,}28.10^{-3}$
b - Rotor duralumin	$1{,}13.10^{-3}$	$0{,}26.10^{-3}$
Débit sur coussinets 0,5 dm³/s		
c - Rotor duralumin	$1{,}75.10^{-3}$	$0{,}3.10^{-3}$

Fig. C-258 - Courbe $T + t_o = (T_o + t_o)e^{at}$.

c) - rotor duralumin débit d'air sur les coussinets rapporté à la pression atmosphérique : 0,5 dm^3/s.

Ces résultats nous permettent de déduire la loi de ralentissement de ces rotors. Dans de larges limites les courbes tracées figure C 258 suivent la relation :

$$T + t_o = (T_o + t_o)\, e^{\alpha t} \quad \text{avec} \quad t_o = \beta/\alpha .$$

Les mesures des pressions en aval du diaphragme débitmètre mettent en évidence les variations des conditions d'écoulement en relation avec les diverses vitesses périphériques. Les pressions mesurées sont en effet celles qui règnent dans la chambre d'alimentation du film et l'on voit que, le débit étant constant, la variation d'épaisseur h du film entraîne une variation de pression à l'intérieur de la chambre d'alimentation. Les courbes correspondant aux relevés sont tracées sur la figure C 259.

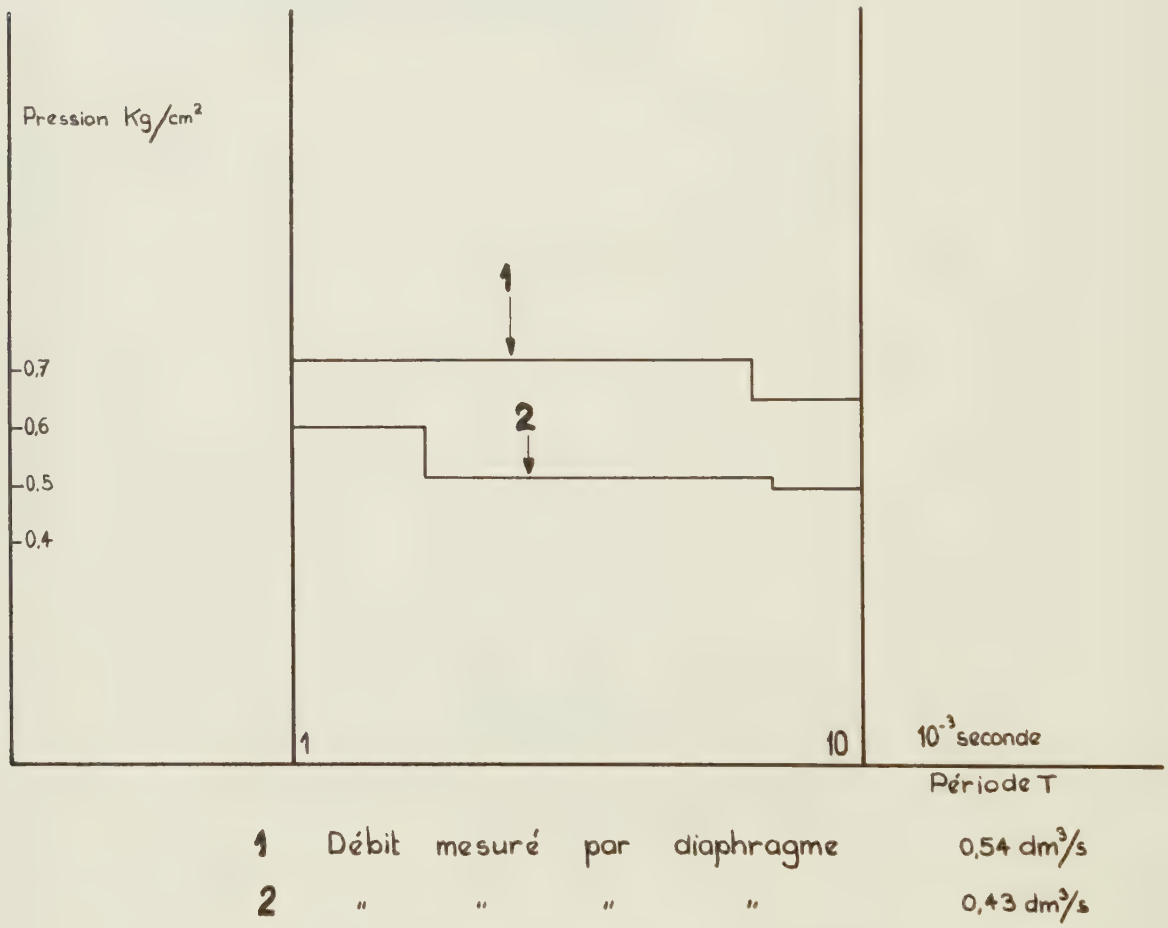


Fig. C-259 - Variation de pression dans la chambre d'alimentation des butées à air.

L'observation des figures C 257 et C 259 nous permet d'énoncer que les changements de pente correspondent aux variations de l'épaisseur du film d'air les plus importantes.

Cette épaisseur diminue à mesure que s'élève la vitesse périphérique pour atteindre un régime d'équilibre stable. Lorsque ce régime est atteint, l'accroissement de la vitesse ne semble plus modifier les conditions physiques du film (bien que les vitesses obtenues puissent être de l'ordre de plusieurs centaines de mètres par seconde).

C. 2. 6 - Applications des principes acquis à la construction de quelques appareils de recherche.

Suivant les principes de construction mis au point et développés dans les chapîtres précédents, nous avons réalisé :

1/ Un ensemble à arbre vertical long, (figure C 261) maintenu par deux rotors à butées coniques. Le poids de l'ensemble est de 180 g et il atteint la vitesse de 100 000 t/mn.

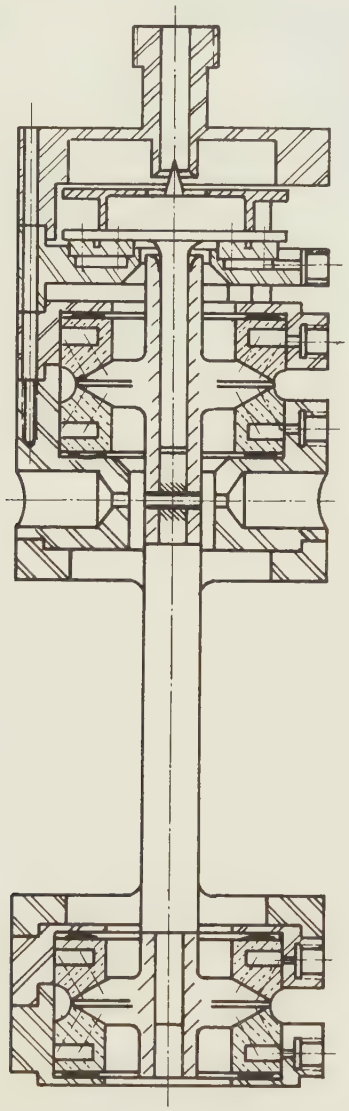


Fig. C-261.

En traçant la courbe de ralentissement relevée à partir de la vitesse angulaire de 8.10^3 rad/s on constate un bon accord entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus au moyen des constantes précédemment définies.

2/ Un ensemble où l'on a placé un disque de 6 cm de diamètre. Cet ensemble, dont la coupe est représentée sur la figure C 262, pèse 150 g. La courbe relevée montre un ralentissement plus rapide bien que l'inertie soit plus importante que celle des rotors précédents ; ceci est dû à l'importance des frottements du disque sur l'air.

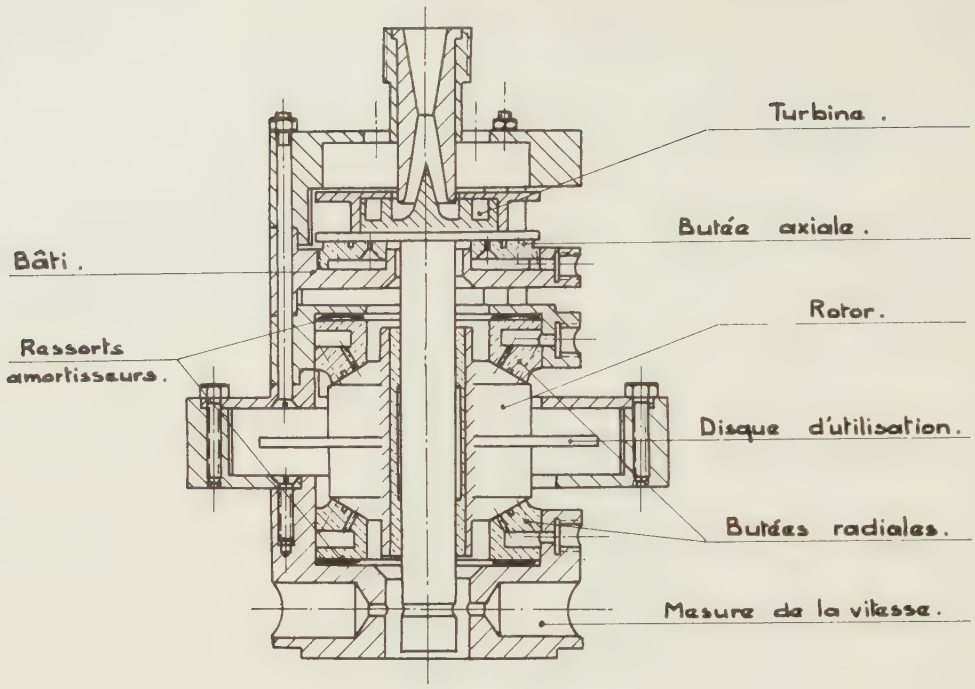


Fig. C-262 - Appareil d'essai pour capacité haute fréquence.

La vitesse maximale atteinte, de 120 000 t/mn, correspond à une vitesse périphérique de 366 m/s. L'effet du disque sur l'air se traduit par un frottement supplémentaire qu'il faut ajouter aux équations précédentes.

Nous déterminons donc une relation de la forme :

$$a\omega^2 + b\omega + C + \eta(\omega) = \Gamma \frac{d\omega}{dt}$$

dont les membres se rapportent aux cas précédents relatifs aux paliers et au cas du disque adjoint au rotor. La valeur de $\eta(\omega)$ est obtenue par l'expression :

$$\eta = \frac{4K'}{I} \rho r^4 \omega^2 = 27.10^{-4} \omega^2.$$

Le montage sur palier étant le même que celui de l'appareil représenté figure C 241, l'équation globale obtenue avec s'écrit :

$$40.10^{-4} \omega^2 + \omega + 0,8.10^{-4} = I \frac{d\omega}{dt}.$$

Le calcul du temps de ralentissement pour une valeur de vitesse angulaire égale à 8.10^3 rad/s donne T = 78 secondes. Ce temps est, là encore, très peut différent de la valeur expérimentale égale à 80 secondes.

Complétons les résultats exposés précédemment en donnant quelques valeurs de couples de frottement obtenues avec la butée adaptée aux rotors lourds [C 261]. Cette butée correspond à la figure C 263 de l'étude des pressions.

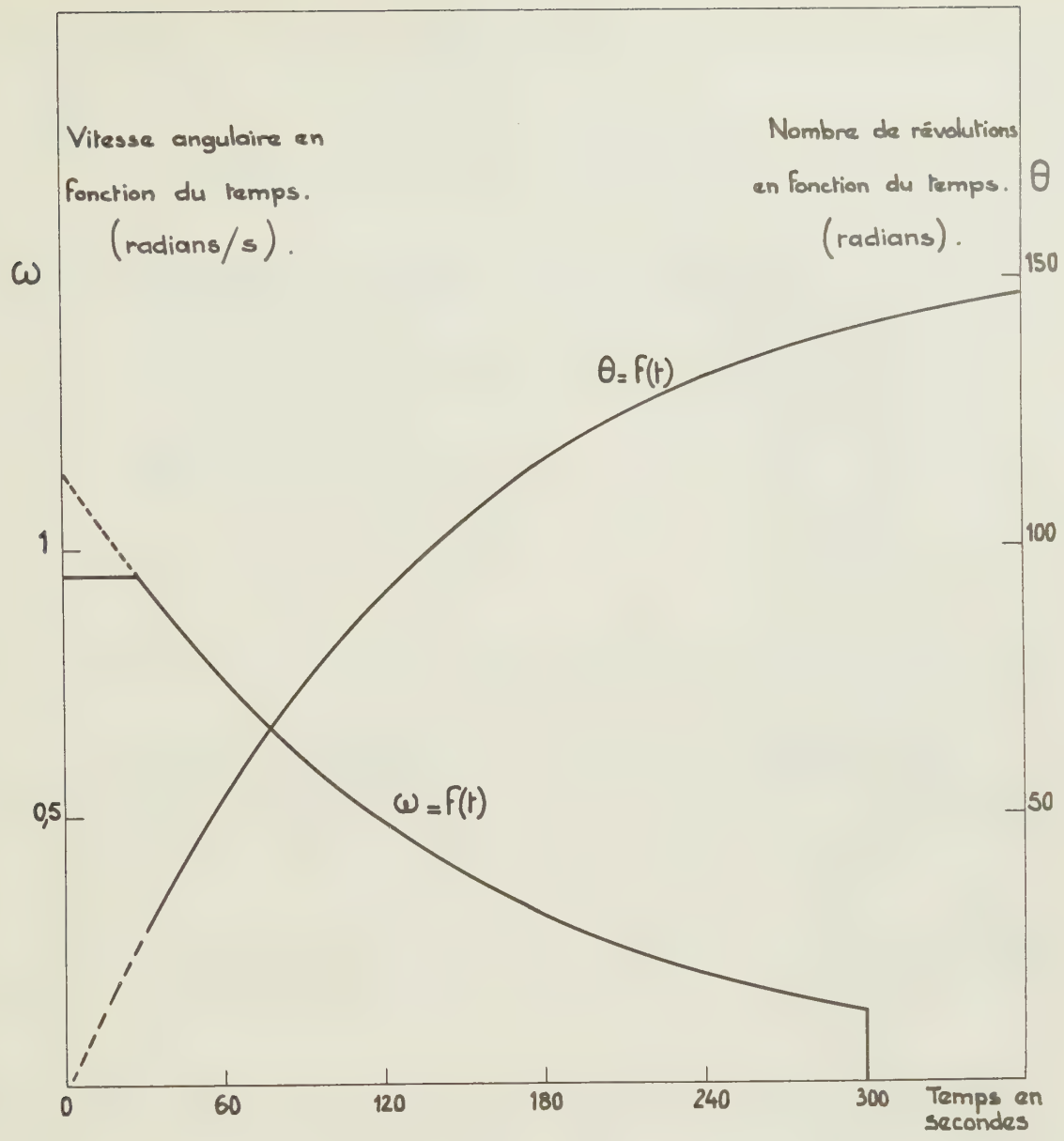


Fig. C-263.

La méthode de mesure consiste à communiquer au rotor une vitesse de l'ordre de 1 tour/seconde et, en chronométrant le ralentissement, à compter le nombre de révolutions effectuées.

Sachant d'une part que le couple peut être calculé par :

$$C = - I \left(\frac{\omega_o - \omega}{t}\right)$$

ω_o désignant la vitesse angulaire initiale, ω la vitesse angulaire au bout du temps t, ou encore par :

$$C = 2 I \left(\frac{\vartheta - \omega_o t}{t^2}\right)$$

ϑ désignant le nombre de révolutions effectuées au bout du temps t, nous avons obtenu les courbes tracées sur la figure C 263. Ces courbes représentent respectivement, en fonction du temps, le nombre total de révolutions et la vitesse angulaire $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$. On s'aperçoit que les couples de freinage ne sont pas constants et qu'à une certaine vitesse ω_a (dite vitesse d'arrêt) la décroissance régulière de ω est rompue, la vitesse angulaire devient nulle.

Les couples de freinage dans le cas des vitesses très lentes se trouvent résumés dans le tableau ci-dessous :

ω (rad/s) $\lvert T^{-1} \rvert$	C(g. cm) $\lvert FL \rvert$	Caractéristiques de la butée
0	2	Surface : 31 cm²
1,25	0,6	Charge : 6 à 30 kg
3,14	2	Pression dans la chambre d'alimentation : 1,5 kg/cm²
5,03	3,2	
5,65	3,45	
6,28	3,76	
7,2	4,5	

C. 2. 7 - Ordre de grandeur de la puissance mécanique absorbée par frottement.

Dans l'étude des couples de frottement, nous avons obtenu une relation appropriée aux montages d'essais, que nous avons tenté de généraliser ; elle nous permet de calculer la puissance absorbée dans les paliers d'air, puisque connaissant $I\frac{d\omega}{dt}$ en fonction de la vitesse angulaire ω, le produit $I\frac{d\omega}{dt}\omega = \mathcal{P}$ nous donne la puissance absorbée en watts.

Sur la figure C 271 on a représenté $\mathcal{P}$ en fonction de ω en cordonnées logarithmiques. Ainsi qu'on peut le constater les points obtenus se placent presque exactement sur une droite :

$$\text{Ln}\,\mathcal{P} = \text{Ln}\,\mathcal{P}_o + \varphi\,\text{Ln}\,\omega$$

permettant d'écrire $\mathcal{P} = \mathcal{P}_o\ \omega^{\varphi}$ avec φ variant de 2,5 à 3. Cet exposant s'accorde avec celui qu'a donné Reynolds pour les frottements fluides. En résumé la puissance résistante croît à peu de chose près comme le cube de la vitesse angulaire et, pour des vitesses de l'ordre de 200 000 tours par minute, la puissance mécanique absorbée est voisine du kilowatt.

C. 2. 8 - Constations générales.

L'étude précédente des frottements nous a permis de mettre en évidence l'existence de plusieurs régimes de fonctionnement et de vérifier que l'on peut utiliser les deux méthodes de calcul exposées.

La première méthode, établie empiriquement, correspond à l'existence des frottements laminaires de glissement dus à la viscosité, qui sont proportionnels à la vitesse périphérique ; elle tient compte également des frottements turbulents des couches fluides, qui sont pratiquement proportionnels au carré de la vitesse périphérique, ainsi que des frottements parasites, de valeur constante. Elle s'apparente dans sa forme à la méthode empirique de Stodola. Cette méthode devient de plus en plus fondée à mesure que la vitesse périphérique augmente, les effets dus aux débits fluides (généralement de quelques dm^3/mn) étant faibles par rapport aux effets produits par les grandes vitesses de rotation, ainsi que nous avons pu le vérifier au cours de plusieurs expériences.

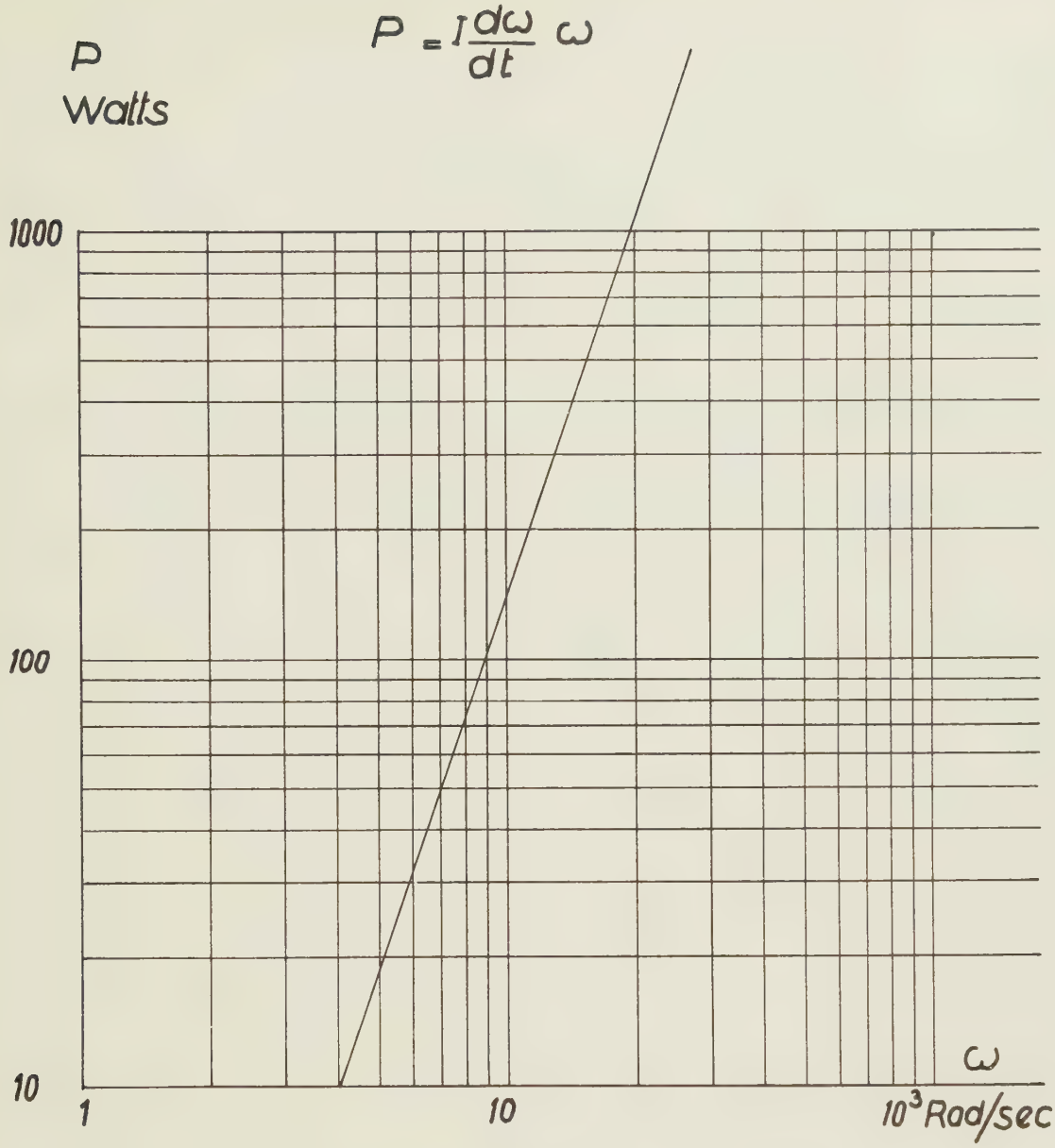


Fig. C-271.

En ce qui concerne la seconde méthode de calcul, les courbes de frottement observées vérifient dans leur forme la théorie de A. Comolet. Le changement de pente de la courbe, représentant dT/dt en fonction de T, correspond aux variations d'épaisseur du film d'air.

Au-dessous des valeurs critiques de T un nouvel état d'équilibre s'établit et, bien que la valeur élevée du nombre de Reynolds laisse également supposer que pour cet état de fonctionnement la turbulence existe, la dérivée de la période par rapport au temps de ralentissement suit une loi linéaire, d'après cette loi linéaire le coefficient de frottement serait constant quelle que soit la nature de l'écoulement.

Le terme β que l'on déduit semble être fonction du débit sur le coussinet et le produit $I\beta$ semble tendre vers une valeur constante. Nous avons résumé les résultats dans le tableau C 281.

TABLEAU C - 281

Montage Figure		Temps nécessaire à l'arrêt (secondes) Expérience	Calcul	Constantes K_1	K_2	K_3	α	β	$I\beta$
E 221	Acier	83	93	0,74	8.10^{-6}	$0,26.10^{4}$	23.10^{-3}	40.10^{-6}	8.10^{-3}
E 222	Acier	760	750	0,55	10.10^{-6}	$0,52.10^{4}$	7.10^{-3}	$6,5.10^{-6}$	$7,15.10^{-3}$
	Duralumin	277	274				$15,5.10^{-3}$	$17,5.10^{-6}$	7.10^{-3}

La variation d'épaisseur du film qui se produit ne laisse pas apparaître de vibrations, ce qui permet de penser que le montage élastique facilite l'adaptation entre les processus mécaniques et aérodynamiques.

Cet état d'équilibre ne s'obtient qu'après une rapide modification de la répartition des pressions au sein du film, modification au cours de laquelle les effets centrifuges jouent un rôle important.

Enfin, pour donner un aperçu complet des observations que nous avons pu être amenés à faire, signalons encore l'étude de la variation du coefficient de couple faite en fonction du nombre de Reynolds, dont les résultats sont représentés par la courbe (figure C 281) où l'on peut apercevoir une variation continue non linéaire due aux différents états de fonctionnement ; ces résultats s'apparentent à ceux obtenus pour les frottements des gaz sur les disques.

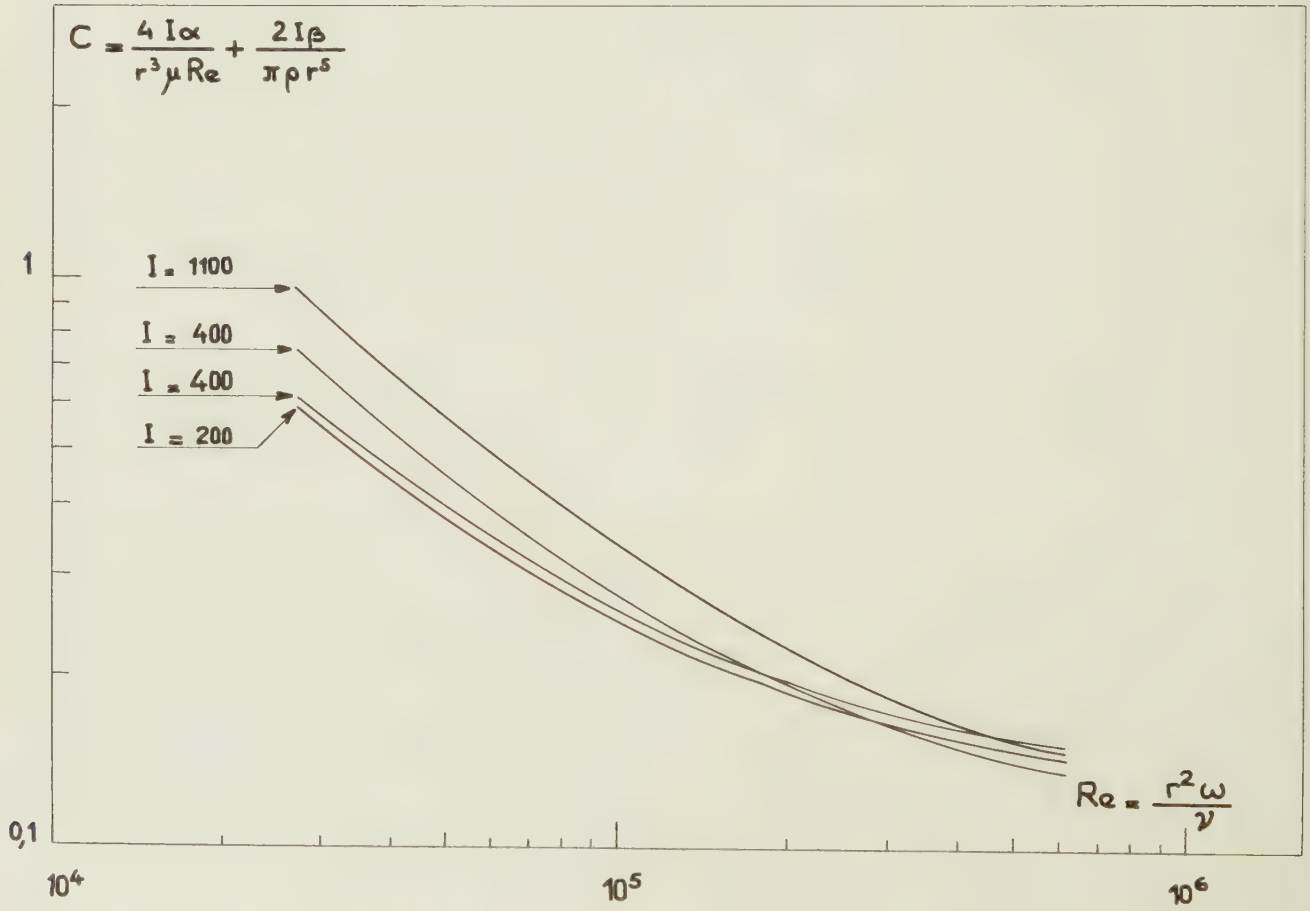


Fig. C-281.

D. - CONCLUSION

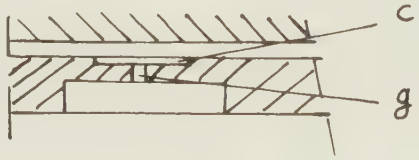
Nous avons abordé successivement divers aspects du processus de la lubrification et, dans chaque cas, nous avons cherché à mettre en évidence les paramètres essentiels qui entrent en jeu, leur connaissance devant permettre de réaliser des paliers adaptés à chaque type de machine.

De l'ensemble des travaux que nous avons effectués, il ressort que la vitesse périphérique influe considérablement sur la distribution des pressions au sein du film, modifiant les conditions de capacité de charge ainsi que les conditions de frottements. Néanmoins, il est possible, mécaniquement, de maintenir un état d'équilibre entre les divers effets qui se manifestent, ce qui permet d'obtenir de bonnes performances ; en fait, la résistance des matériaux aux effets centrifuges a été au cours de nos essais le seul facteur de limitation.

Les différentes théories proposées sont dans leur grande ligne à peu près vérifiées par l'expérience, toutefois on améliore l'accord en tenant compte du fait que la distribution des vitesses des couches fluides entre les plans s'éloigne de la forme parabolique à mesure que les effets produits par le disque mobile deviennent plus importants. Pour de très hautes vitesses périphériques une nouvelle expérimentation serait nécessaire.

En ce qui concerne les frottements, tant que les débits sur les coussinets conservent une faible valeur nous proposons d'utiliser la première méthode de calcul (page 69) ; par contre, pour des débits plus importants (plusieurs dm^3/mn) et des vitesses périphériques inférieures à 100 m/s la seconde méthode de calcul (pages 70-71) est plus précise. Elle peut être encore complétée, ce qui nécessitera de nouvelles études. Il serait par exemple, intéressant d'obtenir des renseignements théoriques et expérimentaux supplémentaires pour les montages à coussinets et tourillon ; ceci implique des moyens d'exécution que nous pensons pouvoir mettre en oeuvre dans l'avenir. D'autre part, certaines améliorations pratiques peuvent être apportées aux paliers que nous avons décrits, particulièrement en ce qui concerne les capacités de charge.

Par exemple en réalisant sur la face de frottement des coussinets, des évidements (c) de faible profondeur (~ 5/100 mn) circulaires centrés à la sortie des gicleurs d'alimentation (g),



ces chambres faciliteraient la mise en pression du film. On pourrait mettre également à profit les possibilités d'adaptation rapide que présentent les coussinets à montages élastiques en adjoignant aux ressorts de correction un dispositif pneumatique ; ce dernier pourrait d'ailleurs, le cas échéant, les remplacer avantageusement.

E. - APPENDICE

UTILISATION DES TURBINES A RÉACTION

E. 1 - NOTIONS GENERALES -

On classe généralement les turbines en deux groupes selon la mode de travail du fluide moteur dans l'aubage mobile :

- roue à action : la détente du gaz se produit dans le distributeur et la pression à l'entrée de l'aubage mobile est la même qu'à la sortie.

- roue à réaction : la détente du gaz s'effectue en partie dans l'aubage fixe et dans l'aubage mobile. Le degré de réaction qui est alors défini est donné par le rapport de la chute de pression dans l'aubage mobile à la chute totale.

Un cas particulier très intéressant est celui où le degré de réaction est voisin de 1.

Nous ne développerons pas ici les théories relatives à ces trois types de turbines [E 11] [E 12] [E 13] [E 14]. Nous nous bornerons seulement à rappeler les principes généraux qui caractérisent celles du dernier groupe.

Un dispositif à propulsion utilise la variation de quantité de mouvement du fluide. La résultante des efforts subis par le propulseur dépend de la pression locale du fluide au contact avec la paroi interne ainsi que de la surface déterminée par la lèvre de la tuyère. Cette résultante est égale à la somme de la poussée interne et de la résistance s'exerçant sur l'enveloppe externe. On peut admettre de manière simplifiée que le régime de la tuyère est stationnaire et que l'écoulement est généralement unidimensionnel. Dans ce cas, en appliquant le théorème des quantités de mouvement au fluide sortant par la section terminale de la tuyère, la poussée est égale au produit du débit massique par la vitesse de sortie du gaz et la puissance utile est obtenue en faisant le produit de la valeur de cette poussée par la vitesse d'entraînement du mobile [E 15] [E 16].

Nous avons cherché à appliquer ces principes à des rotors tournants et nous avons expérimenté, sous forme de maquettes, les turbines ainsi réalisées, lesquelles ont fait l'objet des brevets PV 791734 et PV 868052.

Le rotor comprend une chambre centrale où s'effectue une mise en pression du gaz. Dans le cas de turbine à air, cette chambre est reliée à une alimentation générale ou à un compresseur ; dans le cas de turbine à gaz, elle reçoit les gaz nécessaires à la composition d'un mélange combustible et comporte un dispositif de mise à feu.

Dans les deux cas, le gaz à haute pression s'échappe par les canaux en forme de spirale dont le pas est déterminé en fonction de la géométrie du rotor de la turbine, de la puissance exigée de la turbine, des lois d'écoulements fluides dans les canaux courbes. Il en résulte que ce pas est toujours grand.

Afin d'accroître le rendement on termine ces canaux par un divergent, ce qui facilite l'adaptation de la tuyère.

E. 2 - RESULTATS ACQUIS PAR MAQUETTES -

Les figures suivantes donnent le principe d'exécution des turbines en question :

Figure E 21 : deux turbines simples à deux rainures spirales dont la section a reçu une forme carrée pour des raisons de commodité ;

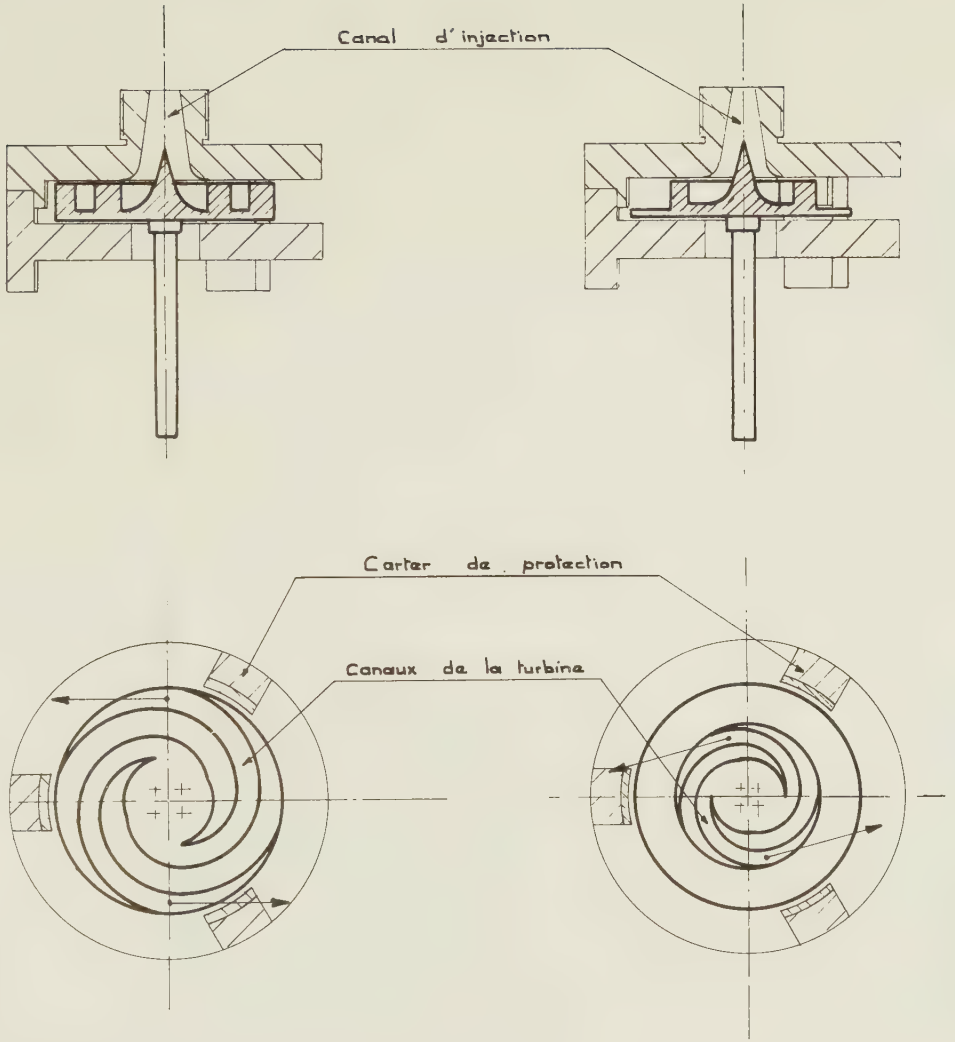


Fig. E-21.

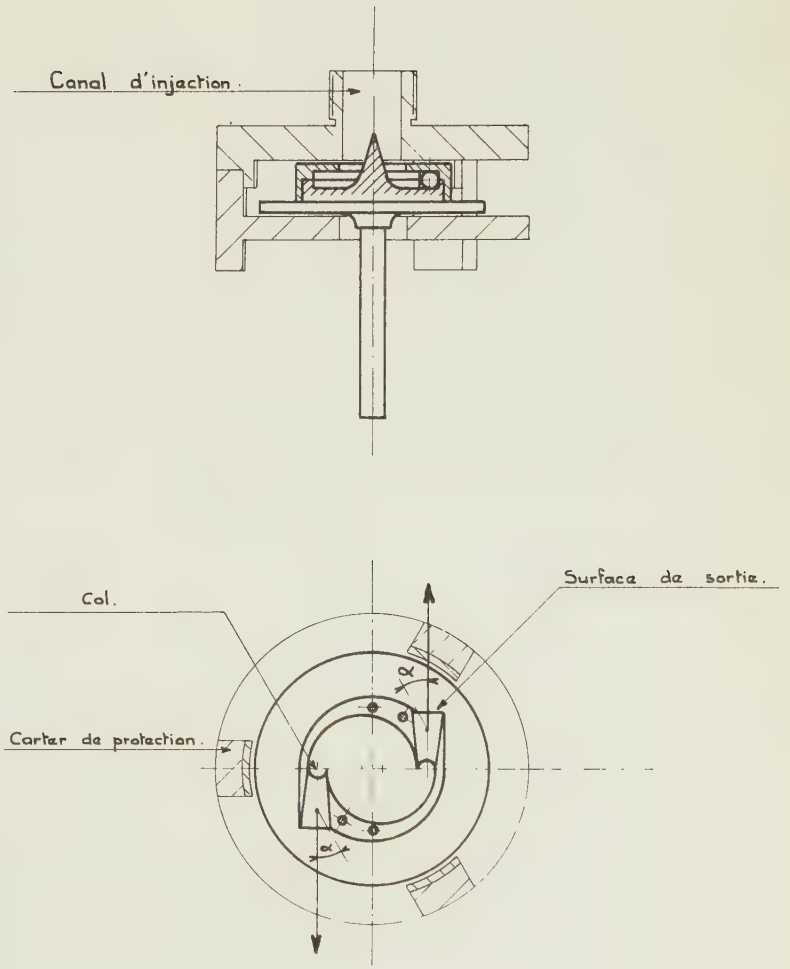


Fig. E-22.

Figure E 22 : une turbine à tuyères simples ;

Figure E 23 : une turbine avec la combinaison des deux formes.

En ce qui nous concerne, nous avons choisi des turbines à deux rainures, mais ce nombre n'est pas limitatif.

Sur la figure E 24 nous donnons à titre d'information les résultats obtenus au moyen des petites turbines (figures E 21 et E 22), utilisées comme moteur sur l'appareil schématisé sur la figure C 241 et photographié (figure E 25). La masse du rotor et les frottements sont les mêmes dans les deux cas. La différence entre les deux courbes provient essentiellement de l'angle α que forme l'axe de la tuyère avec la tangente au niveau de la surface de sortie. Pour ce même appareil, avec la turbine à rainure spiralée, nous avons représenté sur la figure E 26 les courbes de vitesse en fonction de la pression qui règne dans un canal d'alimentation de section différente.

Enfin, nous donnons (figure E 27) les courbes de vitesse, obtenues avec la petite turbine à rainures spiralées, relatives aux appareils décrits sur les figures C 249, C 261 et C 262 ; la figure E 28 représente les courbes des couples au démarrage obtenues pour différents débits.

Ces premiers résultats permettent de penser que ces turbines, de réalisation simple, présentent un grand intérêt lorsqu'on désire obtenir des vitesses de rotation élevées.

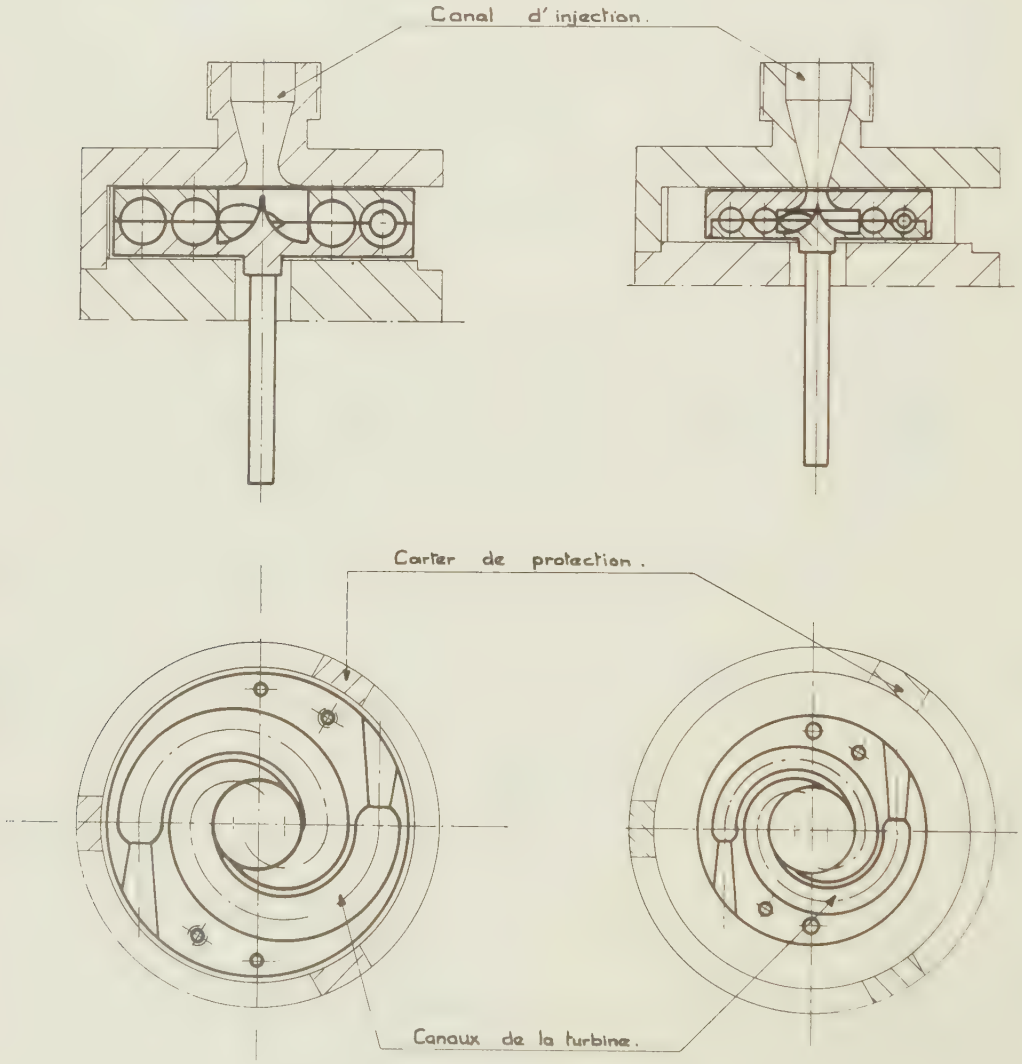


Fig. E-23.

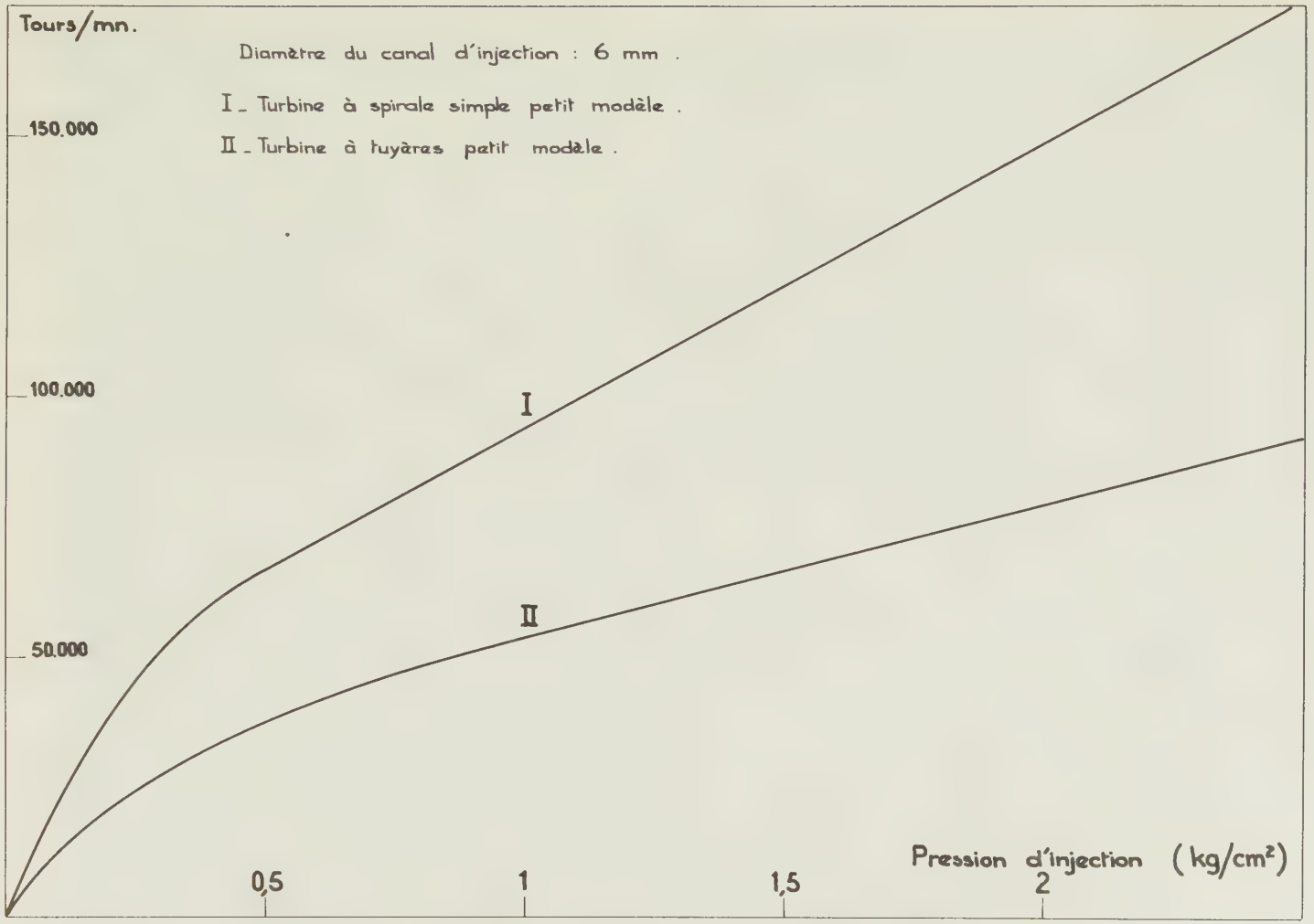

Tours/mn.
Diamètre du canal d'injection : 6 mm .
I _ Turbine à spirale simple petit modèle .
II _ Turbine à tuyères petit modèle .
150.000
100.000
50.000
I
II
0,5
1
1,5
2
Pression d'injection (kg/cm²)

Fig. E-24.

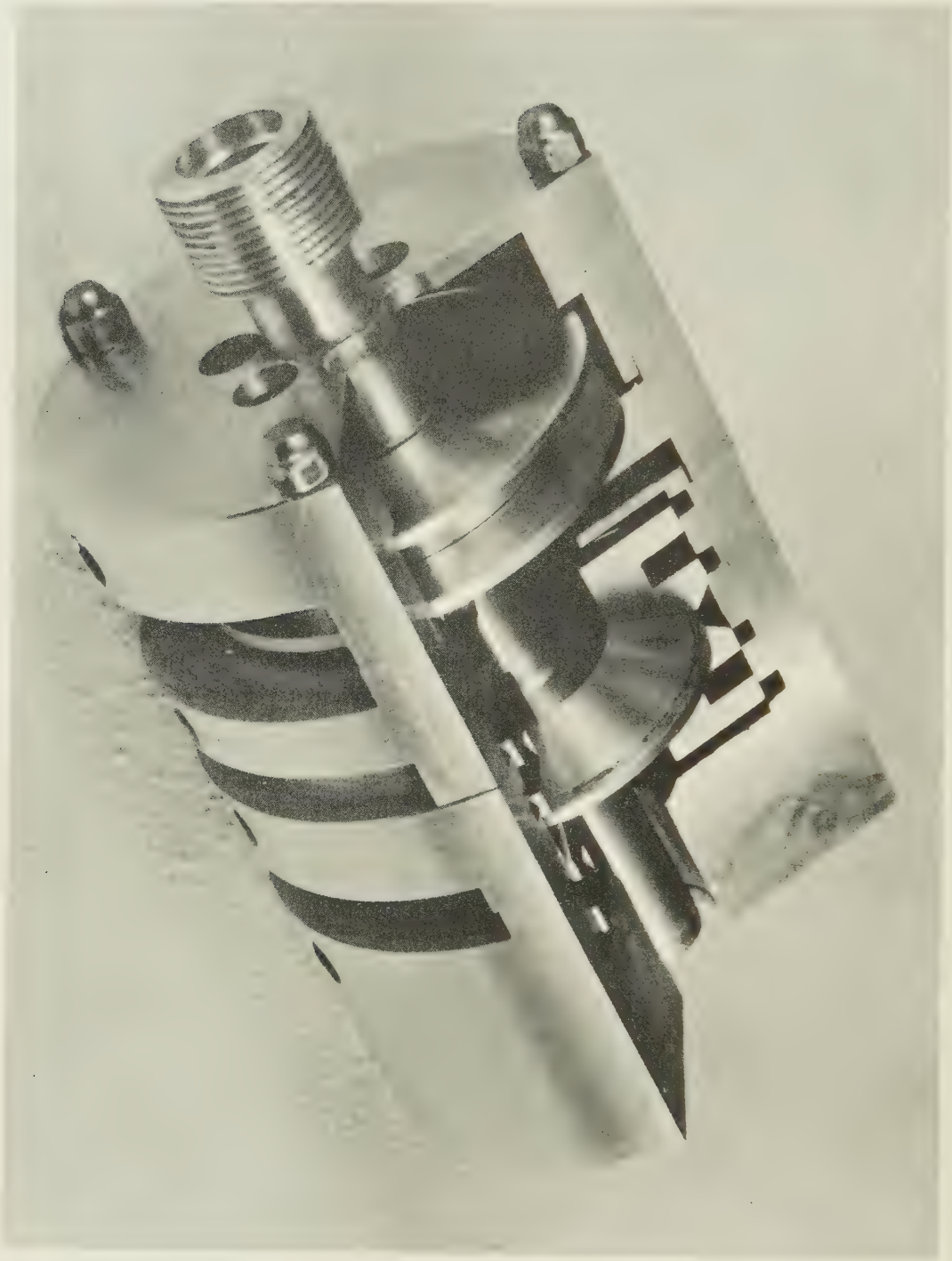


Fig. E-25.

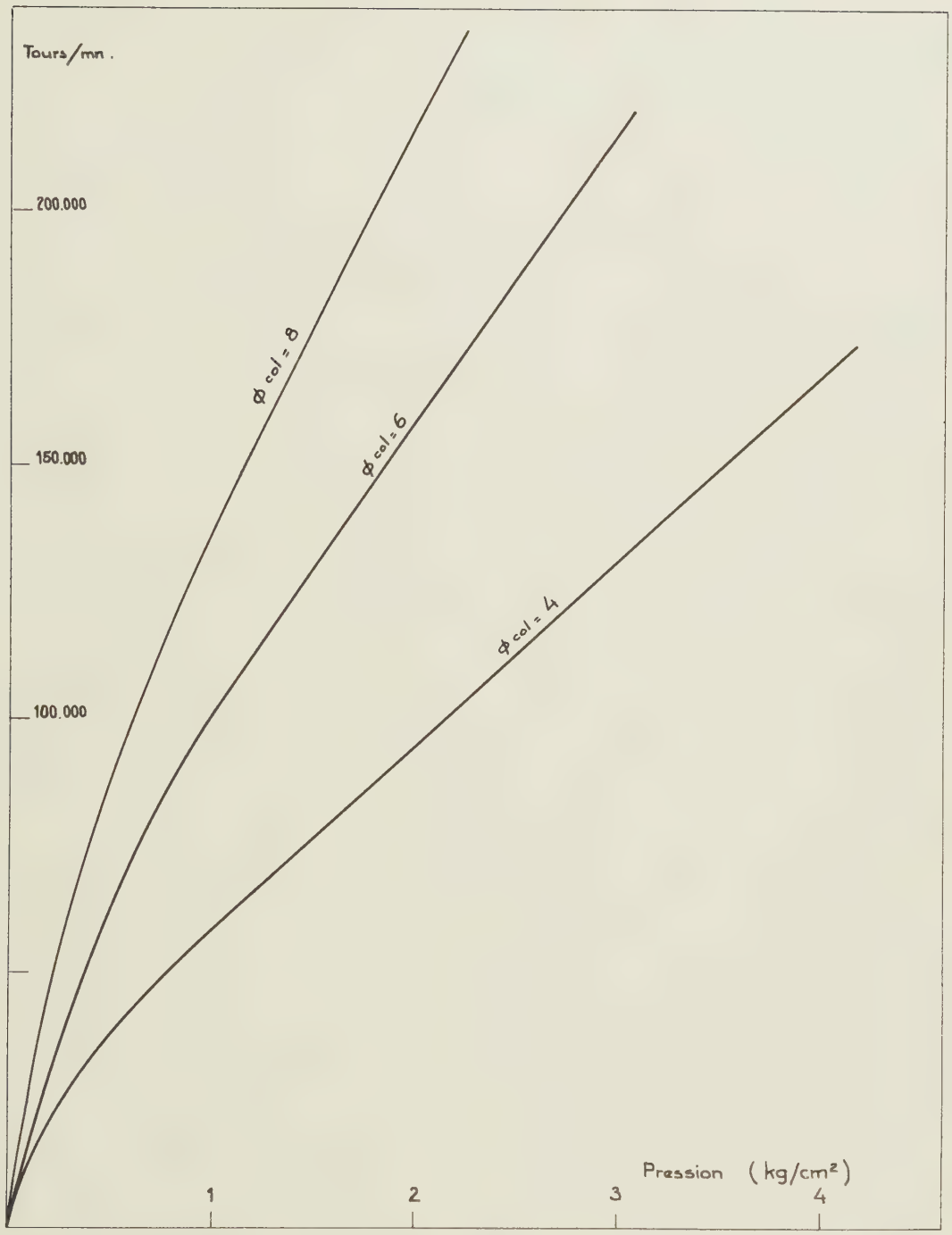

Tours/mn .
200.000
150.000
100.000
Φ col = 8
Φ col = 6
Φ col = 4
Pression (kg/cm²)
1
2
3
4

Fig. E-26.

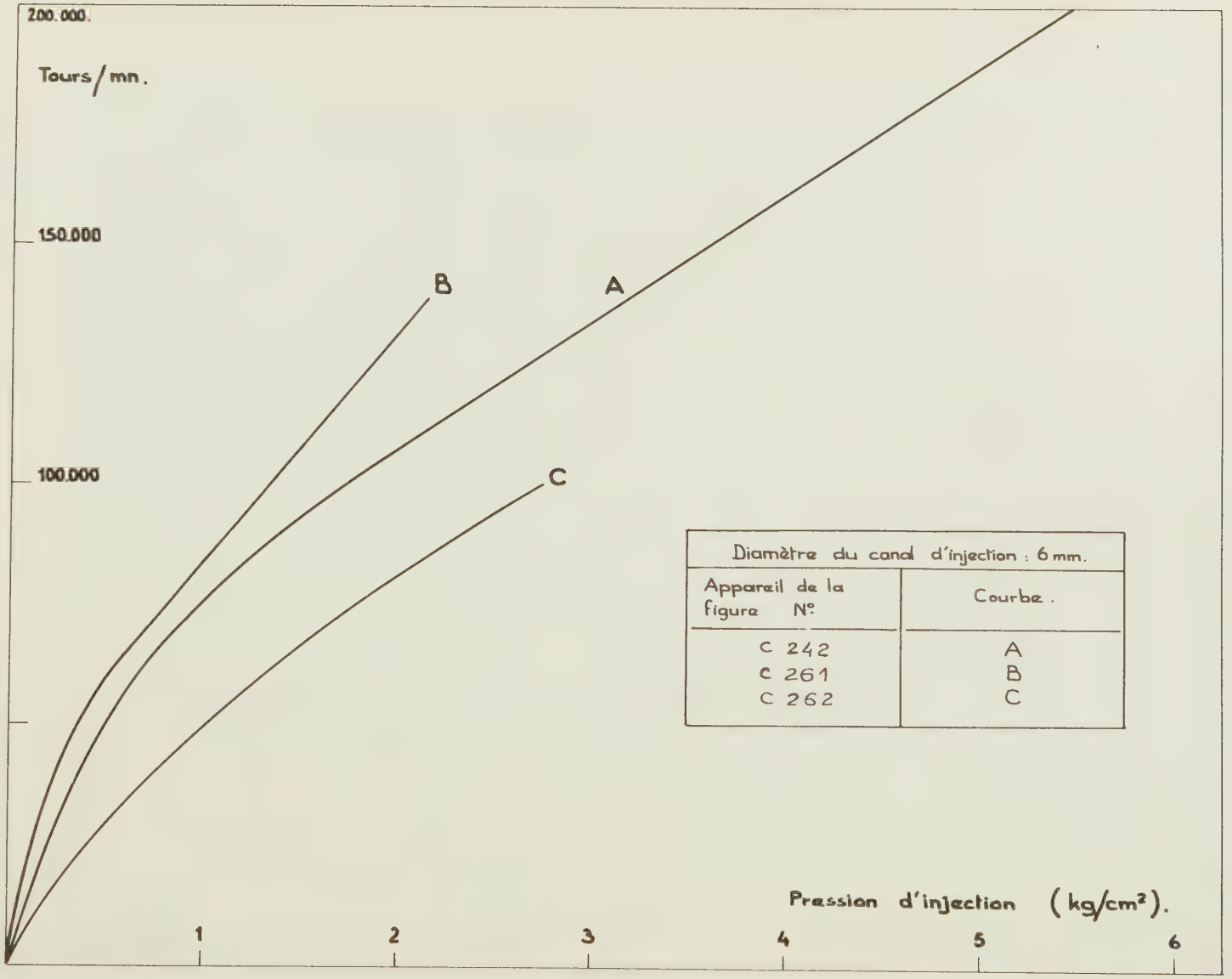

200.000.
Tours / mn.
150.000
100.000
B
A
C
Diamètre du canal d'injection : 6 mm.
Appareil de la figure N°
Courbe.
C 242
C 261
C 262
A
B
C
Pression d'injection (kg/cm²).
1
2
3
4
5
6

Fig. E-27.

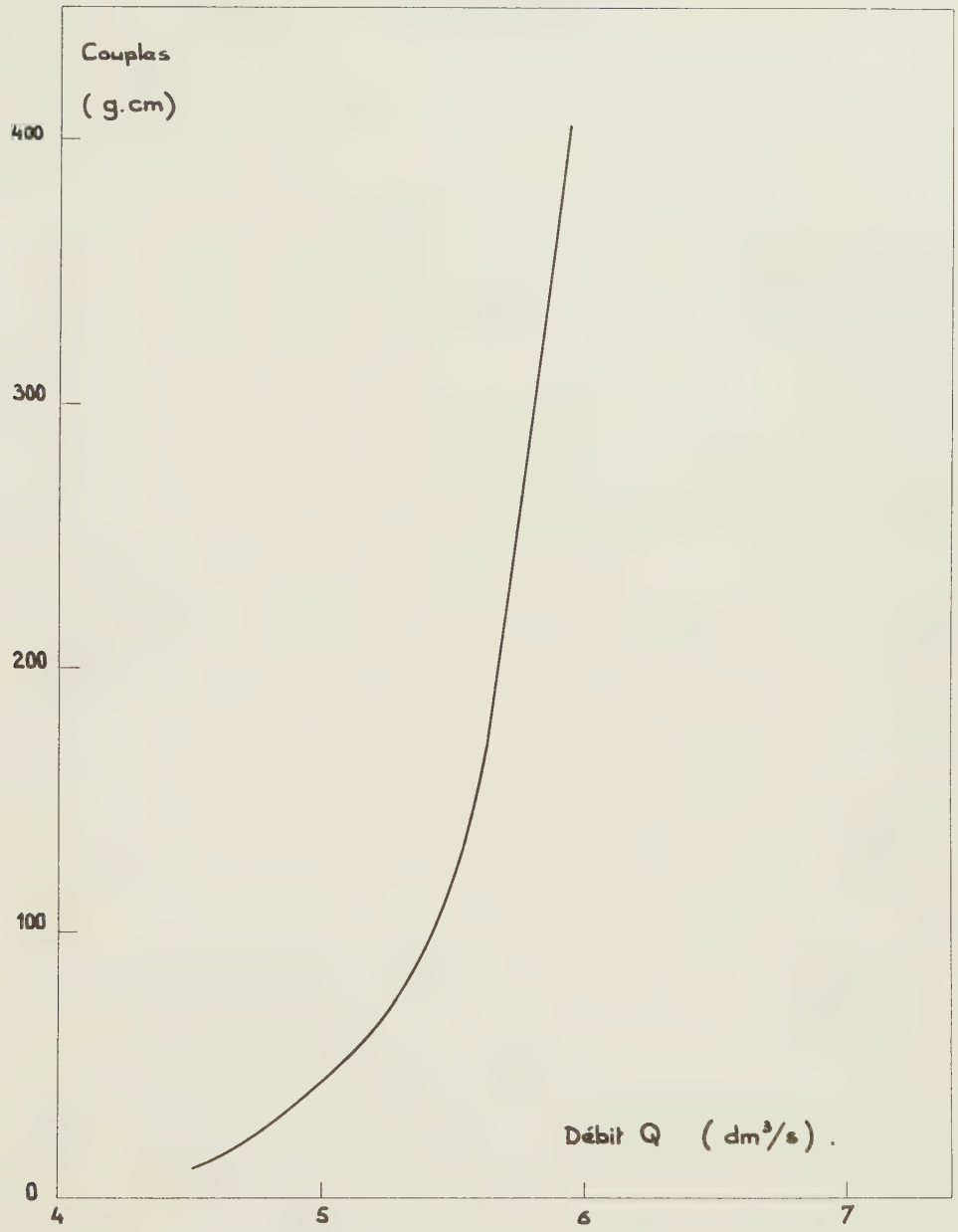


Fig. E-28.

BIBLIOGRAPHIE

[A 11] - J.W. BEAMS, Bull. Am. Phys. Soc., 1959, 4, 33.

[A 12] - B. BRIXNER, Rev. Sci. Instr., 1959, 30, 1041.

[A 13] - W.E. BUCK, Rev. Sci. Instr., 1954, 25, 115.

[A 14] - E. HENRIOT et E. HUGUENARD, C.R. Acad. Sci., 1925, 180, 1389 ; J. Phys. Radium, 1927, 8, 433.

[A 21] - MICHELL, Z. Math. Physik, 1905, 52, 123.

A. KINGSBURY, Trans. A.S.M.E., 1931.

[B 111] - PETROFF, Neue Theorie der Reibung, 1883.

[B 112] - O. REYNOLDS, Phil. Trans. Royal Soc. London, 1886.

[B 113] - L. LELOUP, Théorie de la lubrification et calcul des paliers, Dunod, Paris, 1954.

[B 114] - G.W.K. FORD, D.M. HARRIS et D. PANTALL, Proc. Inst. Mech. Engrs, 1957, 171, 93.

[B 115] - A. SOMMERFELD, Z. Math. Physik, 1904, 50, 97.

[B 116] - L. GÜMBEL et E. EVERLING, Reibung und Schmierung in Maschinenbau, Krayn (ed.), Berlin, 1925.

[B 117] - A. STODOLA, Turbines à vapeur et à gaz (traduit par E. Hahn), Dunod, Paris, 1925.

[B 118] - WALGER, V.D.I. Zeitschr., 1932, 205.

[B 119] - G. VOGELPOHL, V.D.I. Forschungsheft, n° 386, 1938.

[B 141] - A. STODOLA, Schweizerische Bauzeitung, 1925, 85, 265.

[B 142] - HAGG, J. Appl. Mechanics, 1946, 13, A.211 - A.220.

[B 151] - W. FROSSEL, Z. Angew. Math. Phys., Schweiz., 1958, 516, 285.

[B 211] - W.J. HARRISON, Trans. Camb. Phil. Soc., 1913, 22, 39.

[B 212] - A. KINGSBURY, J. Amer. Soc. Naval Engng, 1897, 9, 267.

[B 213] - First International Symposium on Gas Lubricated Bearings, Washington, oct. 1959.

[B 214] - G.F. BOEKER, D.D. FULLER et C.F. KAYAN, 1958, WADC - Techn. Report 58 495.

[B 215] - F. GOTTWALD et R. VIEWEG, Z. angew. Phys., 1950, 2, 437.

[B 216] - E.A. DEUKER et H. WOJTECH, Rev. gén. Hydraulique, 1951, n° 65, 227.

[B 217] - Y. KATTO et N. SODA, Proc. of the 2nd Japan National Congress for Appl. Mech., 1952, p. 267.

[B 218] - H. DRESCHER, V.D.I. Zeitschr., 1953, 95, 1182 et AEC - Tr. 34 95.

[B 219] - J. AUSMAN, Trans. A.S.M.E., 1957, 79, 1218.

[B 221] - F.R. ARCHIBALD, Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs, 1950, 72, 393.

[C 111] - R. COMOLET, Ecoulement d'un fluide entre deux plans parallèles. Contribution à l'étude des butées d'air. Publications scientifiques et techniques du ministère de l'air, n° 334, Paris 1957.

[C 112] - R. COMOLET, C.R. Acad. Sci., 1952, 235, 1366.

[C 113] - R. COMOLET, Sur la répartition des pressions dans une butée, C.R. Acad. Sci., 1961, 253, 1655.

[C 191] - R. COMOLET, La Machine Outil Française, 1962, 174, 83.

[C 161] - R. COMOLET et G. GOBERT, C.R. Acad. Sci., 1961, 253, 2460.

[C 171] - G. GOBERT, J. Phys. Radium, 1961, 22, 39. A.

[C 211] - L. PRANDTL, Guide à travers la mécanique des fluides, Dunod Paris, 1952.

[C 212] - H. SCHLICHTING, Boundary Layer Theory, Mc Graw Hill, New-York, 1960.

[C 221] - A.F. ZAHM, Phil. Mag., 1904, 43, 62, (travaux cités par STODOLA, Turbines à vapeut, Dunod, Paris, 1925).

[C 222] - R. COMOLET, C.R. Acad. Sci., 1961, 253, 1527.

[C 223] - R. COMOLET, Machine-Outil Française, 1962, 175, 69.

[C 251] - G. GOBERT, J. Phys. Radium, sér. appl., 1962, 23, suppl. au n° 3, 43 A.

[C 261] - G. GOBERT, Monochromateurs mécaniques de neutrons thermiques (à paraître).

[E 11] - A. STODOLA, Turbines à vapeur et à gaz, Dunod, Paris, 1920.

[E 12] - P. CHAMBADAL, Les turbines, Armand Colin, Paris, 1956.

[E 13] - E.A. KRAFT, La turbine à vapeur moderne, Dunod, Paris, 1957.

[E 14] - M. SEDILLE, Conférences sur les turbomachines à fluides compressibles. C.E.S.M.

[E 15] - M. BARRERE, A. JAUMOTTE, B. FRAEÏJS de VEUBEKE et J. VANDENKERCKHOVE, la propulsion par fusée, Dunod, Paris, 1957.

[E 16] - R. COMOLET, Mécanique expérimentale des fluides, 1, Masson, Paris, 1961.

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

SPECTROMETRIE DES NEUTRONS AU MOYEN DE SELECTEURS MECANIQUES.

Vu et approuvé
Paris, le 14 Novembre 1962
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu
et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie
de Paris,
Jean ROCHE

IMP. LOUIS-JEAN – GAP

Dépôt légal n° 126 – 1963